

1 Leren en onderwijzen van wiskunde: digitale bijlage

In deze digitale bijlage bij hoofdstuk 1 van het Handboek Wiskundendidactiek staat meer over de volgende onderwerpen, zie de noten bij dit hoofdstuk):

[Mentale voorstelling](#), **internal representation**

[Werkgeheugen](#) en **langetermijngeheugen**

[Wat is wiskunde en wat zijn wiskundige activiteiten?](#)

[Cognitieve schema's](#)

[Multimediale benadering](#)

[Websites](#)

Mentale voorstelling, internal representation

Zoals gebruikelijk in de psychologische en didactische literatuur worden verschillende termen gebruikt voor dezelfde of sterk verwante begrippen. Duncker (1935) spreekt in zijn analyses van oplossingsprocessen bij wiskundige problemen over de ontwikkeling van het probleem, zoals de oplosser het 'ziet'. In zijn studie over het denken van de schaker spreekt De Groot (1946) over een zich gestaag ontwikkelend 'totaal schema' of over de ontwikkeling van de 'total problem conception' (De Groot 1965). Dat is op een bepaald moment het geheel aan ideeën van de oplosser over de probleemsituatie. In de cognitieve psychologie en internationale handboeken wordt de term 'problem representation' of 'internal representation' vaak gebruikt. De term 'representatie' heeft in de wiskundendidactiek veelal betrekking op de manier waarop bijvoorbeeld een functioneel verband is beschreven, verbaal, grafisch, analytisch, numeriek (Janvier 1987, Van Streun 2000, Cuoco&Curcio 2001). In de internationale literatuur spreekt men dan van de 'external representation' van een probleem.

Cuoco, A. A. , Curcio, F.R. *The Roles of Representaion in School Mathemtics* (2001). NCTM Yearbook, 2001.

Duncker, K. (1935). *Zur Psychologie des produktiven Denkens*. Berlin: Springer.

Groot, A. D. de (1946). *Het denken van de schaker*. Amsterdam, Noord-Hollandse Uitgeversmaatschappij.

Groot, A. D. de, *Thought and Choice in Chess* (1965). Den Haag, Mouton.

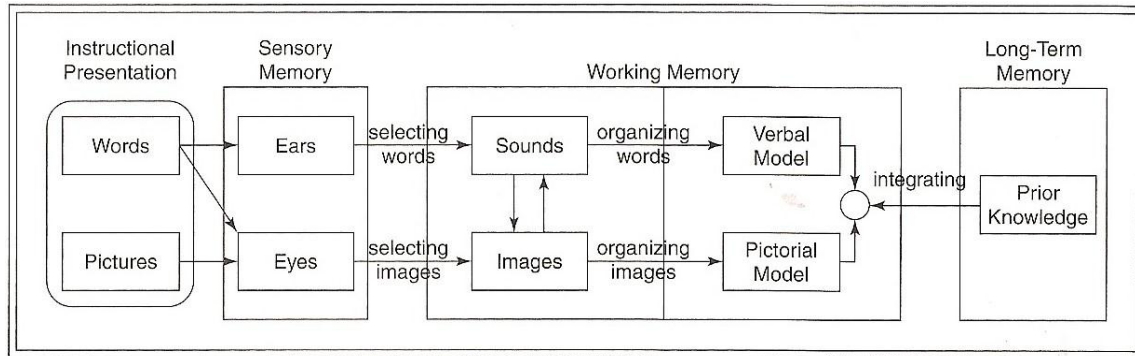
Janvier, C. (1987). *Problems of Representations in the Teaching and Learning of Mathematics*. Erlbaum.

Streun, A. van (2000). Representations in Applying Functions. In: *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 2000, 31, 5, 703-725.

Werkgeheugen en langetermijngeheugen

In de volgende boeken wordt de relatie gelegd tussen de werking van het menselijk geheugen en het leren in onderwijssituaties. Mayer (2008) is heel breed en toegankelijk.

Zie de volgende twee schema's uit zijn boek.



Three memory stores used in meaningful learning	Sensory memory	Working memory	Long-term memory
	Very brief storage of incoming sensations from eyes and ears	Temporary storage and manipulation of incoming sounds and visual images	Permanent storage of knowledge constructed in working memory
	Learners must be exposed to appropriate learning experiences	Learners build mental representations in working memory	Learners use appropriate knowledge from long-term memory during learning

Anderson, J.R. (1995). *Cognitive psychology and its implications*. Freeman, New York.

Bransford, J.D., Brown, A.L., Cocking, R.C. editors (2000). *How People Learn*. National Academy Press, Washington D.C.

Mayer, R.E., (2008). *Learning and Instruction*. Pearson, Columbus.

Pellegrino J.W. et al. (2001). *Knowing what Students Know*. National Research Council, National Academy Press, Washington D.C.

Wat is wiskunde en wat zijn wiskundige activiteiten?

Er bestaat een ruime verzameling van boeken rond dit thema. Bijvoorbeeld:

Banchoff, T. (1990). *Beyond the Third Dimension: Geometry, Computer Graphics and Higher Dimensions*. Freeman. Een goede wegwijzer in de wereld van vier en meer dimensies.

Davis, P., Hersh, R. (1981). *The Mathematical Experience*. Birkhäuser Boston. Een boeiende beschrijving van wat het is om als professionele wiskundige wiskunde te doen.

Guilen, M. (1995). *Five Equations that changed the world*. Hyperion New York. Een wetenschapsjournalist schrijft over het werk en leven van Isaac Newton, Daniel Bernoulli, Michael Faraday, Rudolf Clausius en Albert Einstein.

Otte, M. (1974). *Mathematiker über die Mathematik*. Springer. Boeiende en nog steeds actuele discussies tussen vooraanstaande wiskundigen over de wenselijke inhoud en aard van wiskundeonderwijs.

Stewart, I. (1992). *The Problems of Mathematics*. Oxford University Press. Een heel brede keuze van wiskundige onderwerpen.

Stewart, I. (1995). *Nature's Numbers*. Basic Books. Een prachtig boek voor beginners. Nederlandse vertaling: *Waar zijn de getallen?* Contact.

Van een ander karakter zijn de boeken die op basis van research en/of zelfreflectie proberen het denkproces van wiskundigen en/of leerlingen te beschrijven. Bijvoorbeeld:

Krutetskii, V.A. (1976). *The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren*. University of Chicago Press. Een uitgebreide bespreking van de publicaties door wiskundigen (Hadamard, Poincaré e.a.) gevolgd door de resultaten van jarenlange research naar de manier waarop leerlingen wiskundige problemen oplossen.

Sternberg, J., Ben-Zeev, T. (1996). *The Nature of Mathematical Thinking*, Lawrence Erlbaum. Hierin staan veel resultaten van research verricht door psychologen en wiskundendidactici die psychologisch georiënteerd zijn.

Tall, D. (1991). *Advanced Mathematical Thinking*. Kluwer. David Tall is een wiskundige en wiskundendidacticus die in dit boek een beschrijving geeft van zijn onderzoek naar het wiskundig denken van leerlingen op het gebied van de analyse (vergelijkbaar met bovenbouw havo-vwo).

Cognitieve schema's

De structuur waarin kennis geordend is opgeslagen wordt wel een semantisch netwerk genoemd (Anderson, 1995). Een semantisch netwerk is een weergave van begrippen met bijbehorende eigenschappen in een netwerk (proposities). Het noemen van een bepaald begrip brengt in een persoon onmiddellijk bepaalde, bij dat begrip horende eigenschappen boven.

Anderson noemt een tweede manier om de organisatie van kennis te beschrijven, namelijk een *schema*. Een schema is breder dan een semantisch netwerk. Het is de beschrijving van een kennisstructuur, waarin gedacht wordt vanuit grotere categorieën binnen het geheugen. Een schema is een grotere eenheid van informatie die meerdere proposities en de relaties daartussen omvat. Het is een netwerk van kennis en vaardigheden. In dit hoofdstuk wordt de term *schema* in deze brede betekenis gebruikt.

In het boek dat ter nagedachtenis van Skemp is verschenen (Tall&Thomas 2002) gaan veel auteurs in op de structuur en werking van het cognitieve schema, zoals dat door Skemp was geïntroduceerd.

Anderson, J.R. (1995). *Cognitive psychology and its implications*. Freeman, New York.

Anderson, J.R. (2000). *Learning and Memory*. Wiley, New York.

Tall, D. & Thomas, M. (2002). *Intelligence, Learning and Understanding in Mathematics*. Post Pressed, Flaxton Australia.

Multimediale benadering

Interessant onderzoek naar de 'cognitive load' van het geheugen lijkt informatie op te leveren over de beste manier waarop informatie kan worden gepresenteerd. Er zijn aanwijzingen dat de

combinatie van een visuele presentatie en een gesproken tekst tot een optimale opslag in het geheugen leidt. De combinatie van een beeld en een afgedrukte tekst doet het in het onderzoek slechter. Dus ‘*een plaatje met een praatje*’ lijkt nog steeds het beste advies voor leraren die iets willen presenteren. Zie Mayer (2001, 2008).

Mayer, R.E., (2001). *Multimedia Learning*. Cambridge University Press, Cambridge.

Mayer, R.E., (2008). *Learning and Instruction*. Pearson, Columbus.

Websites

<http://www.nvfw.nl> De website van onze Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren.

<http://www.fisme.uu.nl> De website van het Freudenthal Instituut.

<http://www.slo.nl> De website van de Stichting Leerplan Ontwikkeling.

<http://www.nctm.org> De website van de National Council of Teachers of Mathematics.

<http://standards.nctm.org/> Uitgewerkte doelen van het wiskundeonderwijs in de V.S

<http://www-gse.berkeley.edu/faculty/AHSchoenfeld/AHSchoenfeld.html> Deze website bevat een serie artikelen die Schoenfeld over wiskundeonderwijs heeft geschreven. Aanbevolen.