Antwoorden

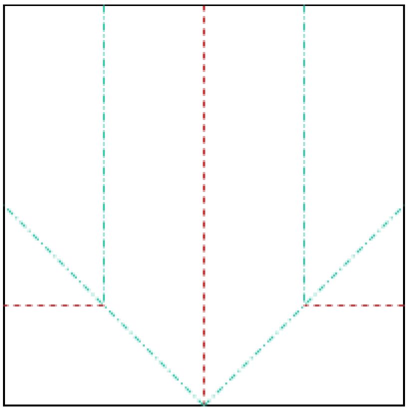
Inhoud

Hoofdstuk 2

Opdracht 2.1 Zoutvaatje nvt

Opdracht 2.2 Square twist nvt

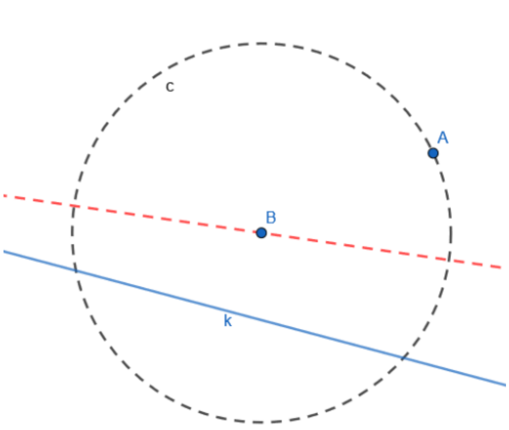
Opdracht 2.3 Vliegtuig



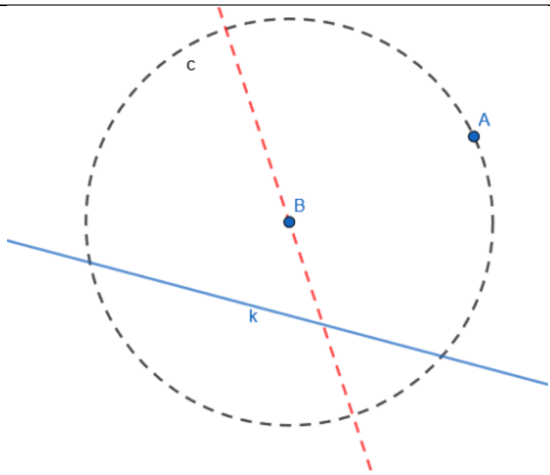
Hoofdstuk 3

Opdracht 3.1 Vouwaxioma 5

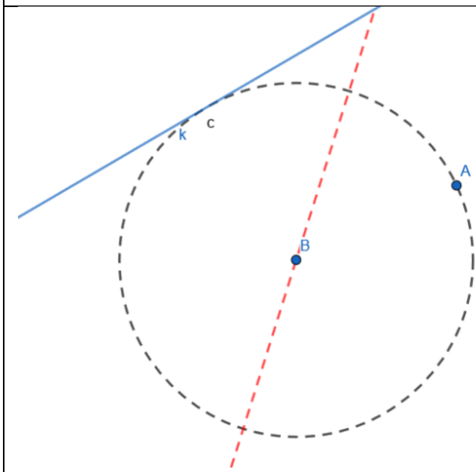
- Deze vouw creëert een snijpunt van de cirkel c met middelpunt B en straal AB met de lijn l.
- Omdat het gaat om een snijpunt van een lijn met een cirkel, zijn er 0, 1 of 2 oplossingen mogelijk.



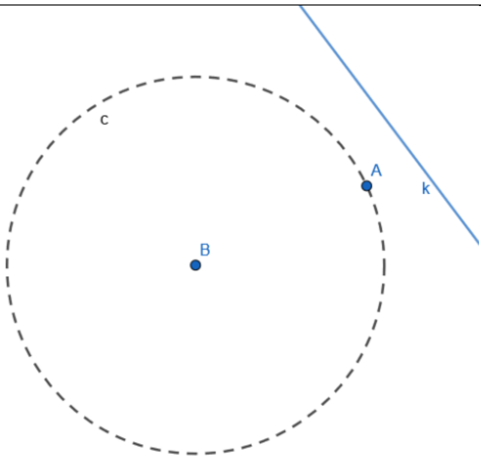
Twee oplossingen: oplossing 1



Twee oplossingen: oplossing 2



Eén oplossing



Geen oplossing

Opdracht 3.2, opdracht 3.3
Geen uitwerking.

Opdracht 3.4 Trisectie van de hoek
De hele constructie is symmetrisch ten opzichte van de Belochvouw van axioma 6, de vouw die ontstaat wanneer je punt E op de lijn BC vouwt en punt B op lijn l.
Noem de hoek waarmee je begon, $\angle ABC$, geef deze hoek de maat α. Noem X het snijpunt van DL en BC. Omdat DL evenwijdig is met AB is dus $\angle LXC$ ook α.

Je gebruikt nu het spiegelbeeld van driehoek EBB_1, namlijk driehoek B_1E_1B:
De lijn door B_1, D_1 en E_1 is de spiegeling van de lijn BDE die je gevouwen hebt toen je de vouw van axioma 6 vouwde. Als D het midden is van BE, dan is dus ook D_1 het midden van B_1E_1. B_1D staat loodrecht op BE, zodat ook BD_1 loodrecht staat op B_1E_1. In de driehoek BB_1E_1 is BD_1 zowel zwaartelijn als hoogtelijn, en dus ook bissectrice, ofwel: hoek B_1BD_1 is gelijk aan hoek D_1BE_1. Geef deze beide hoeken de maat β. De lijn door B en B_1 is de bissectrice van hoek ABD_1 (ga na). Daarmee heb je hoek α verdeeld in drie gelijke hoeken β.

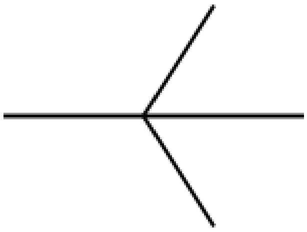
Hoofdstuk 4

Opdracht 4.1 TED-talk

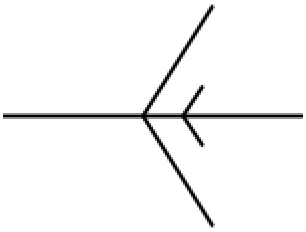
Vier regels in TED Talk Robert Lang:

1. Twee kleuren principe; verschil tussen berg en dalvouwen is 2, oneven hoeken en even hoeken bij elkaar 180 graden, niet doorkruisen van papier.

Opdracht 4.2 Stokfiguur vogel

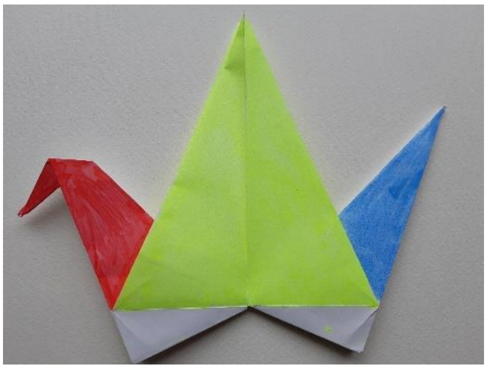


Vier grotere uitsteeksels: twee vleugels, kop en staart.

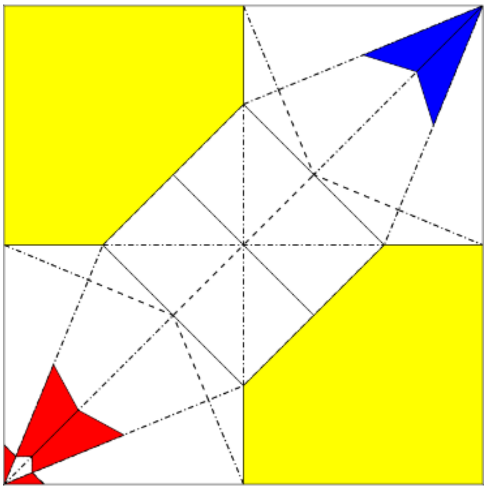


Of: zes grotere uitsteeksels: twee vleugels, twee pootjes, kop en staart.

Opdracht 4.3 Fladderende vogel

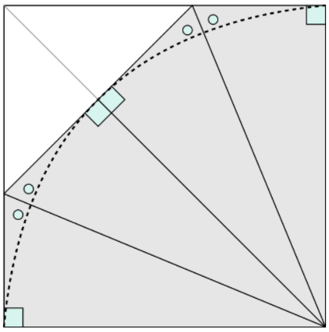


Als je de kop rood maakt, de staart blauw en de vleugels geel en je vouwt het gevouwen model weer uit, dan krijg je de volgende inkleuring:

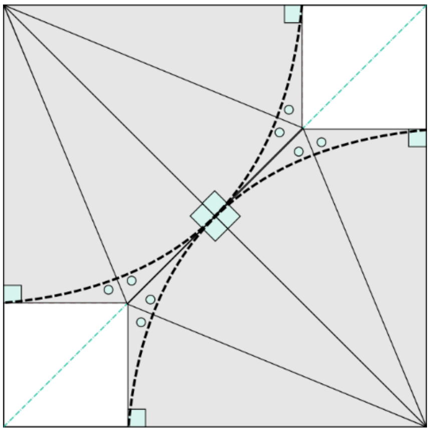


Je ziet dan dat je voor ieder onderdeel van de vogel een deel van één van de vier hoeken van het papier (voor een deel) hebt ingekleurd.

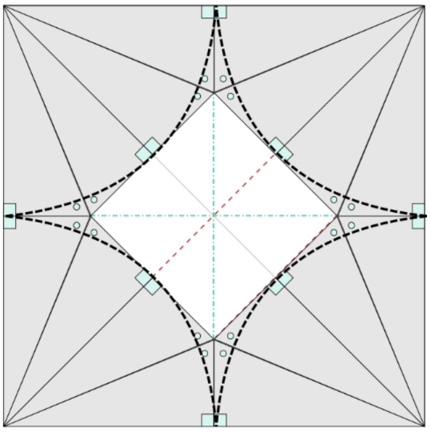
Opdracht 4.4 Flappen bases
Als je naar de vliegerbasis kijkt, zie je één kwart cirkel.



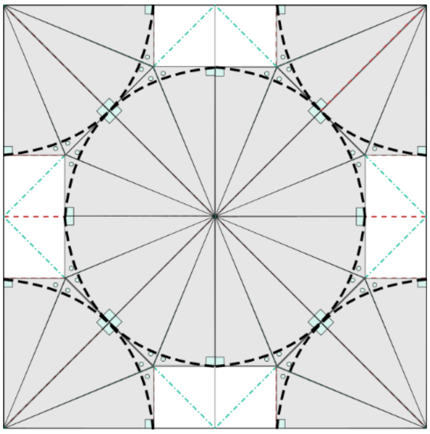
Als je naar de visbasis kijkt: twee kwart cirkels.



In de vogelbasis: vier kwart cirkels,



en in de kikkerbasis: vier kwart cirkels en een hele cirkel, wat in totaal vijf delen van een cirkel geeft.



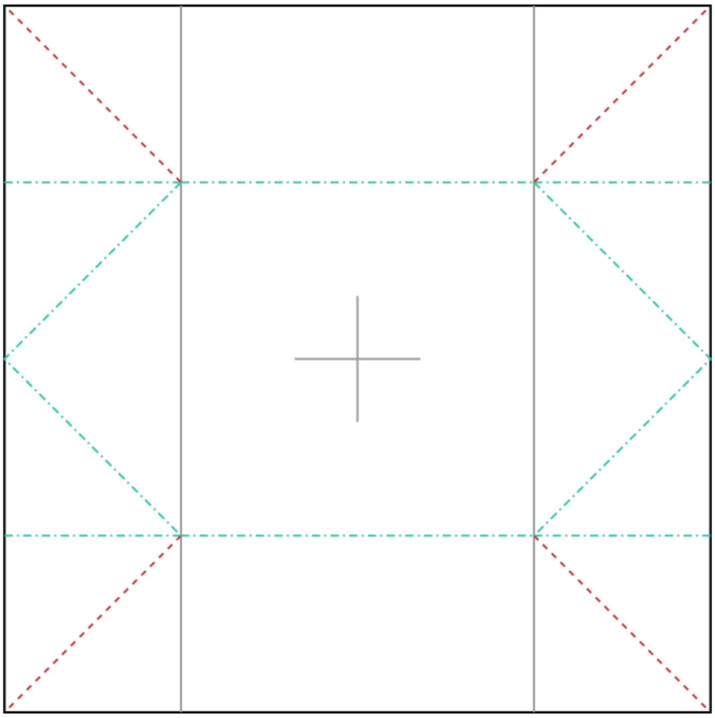
Deze vijf cirkeldelen vormen bij de kikker de vijf grote flappen. Dit komt doordat ieder cirkeldeel kan worden opgevouwen tot een flap.

Opdracht 4.5

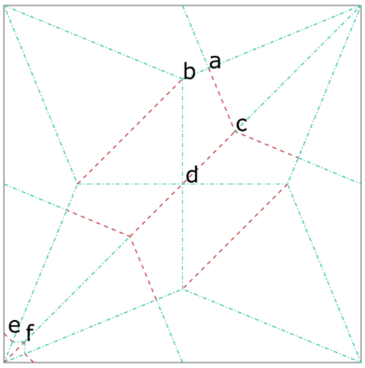
Geen uitwerking

Opdracht 4.6a Bakje, 4.6b Vouwpatroon en 4.6 c strip
Al deze vouwpatronen kun je - zoals ze nu zijn, dus zonder aanpassingen – niet “plat”vouwen. Dit komt door verschillende redenen, waar we in deze paragraaf verder op ingaan.

Opdracht 4.7 Aangepast bakje

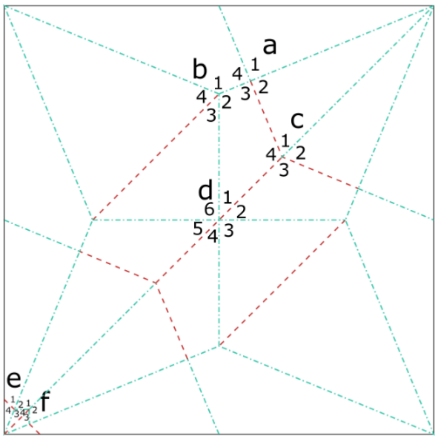


Opdracht 4.8 Berg- en dalvouwen vogel
Het meest opvallende – naast het feit dat 1 en 3 heel veel voorkomen, is dat het verschil tussen het aantal berg- en dalvouwen altijd 2 is. Dit geldt voor alle knooppunten.



	a	b	c	d	e	f
Berg	3	3	1	4	3	3
Dal	1	1	3	2	1	1

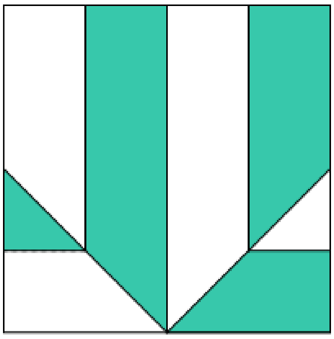
Opdracht 4.9 Flappy Bird Kawasaki Justin



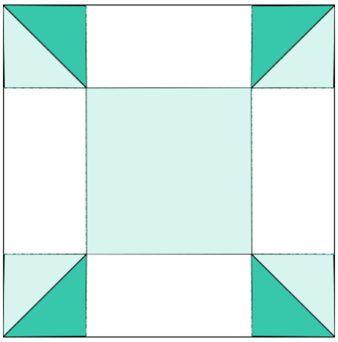
	a	b	c	d	e	f
Hoek 1	90	135	67,5	45	67,5	135
Hoek 2	90	112,5	67,5	45	67,5	135
Hoek 3	90	45	112,5	90	112,5	45
Hoek 4	90	67,5	112,5	45	112,5	45
Hoek 5				45		
Hoek 6				90		
Totaal oneven	180	180	180	180	180	180
Totaal even	180	180	180	180	180	180

Opdracht 4.10 Twee kleuren

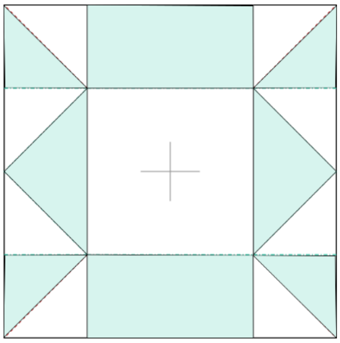
a.



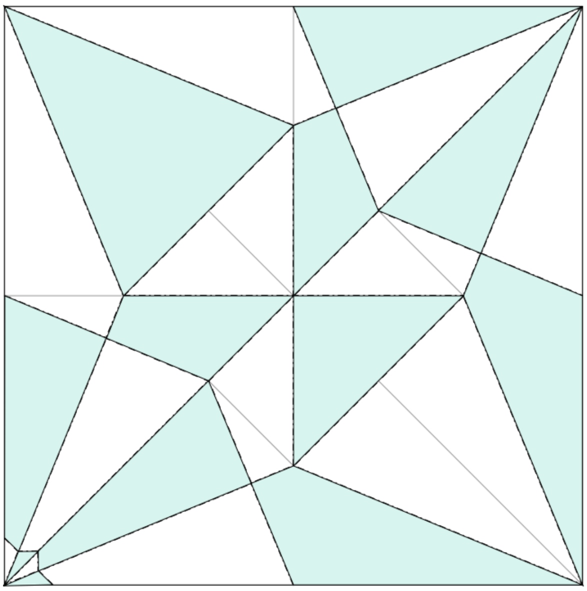
b.



c.

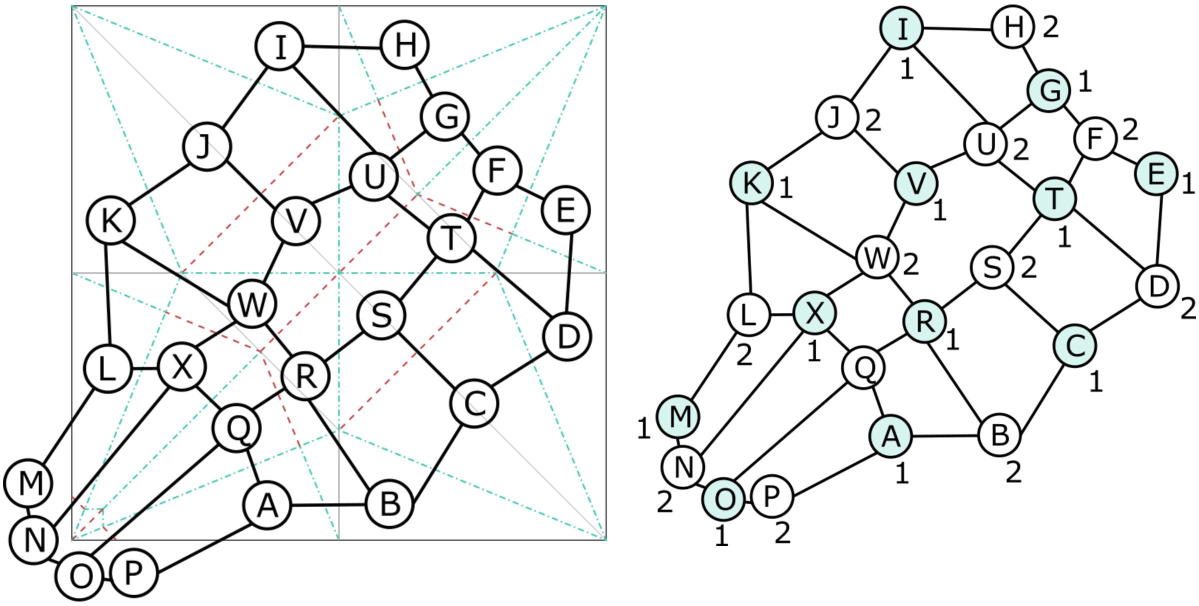


Opdracht 4.11 Meer vouwen



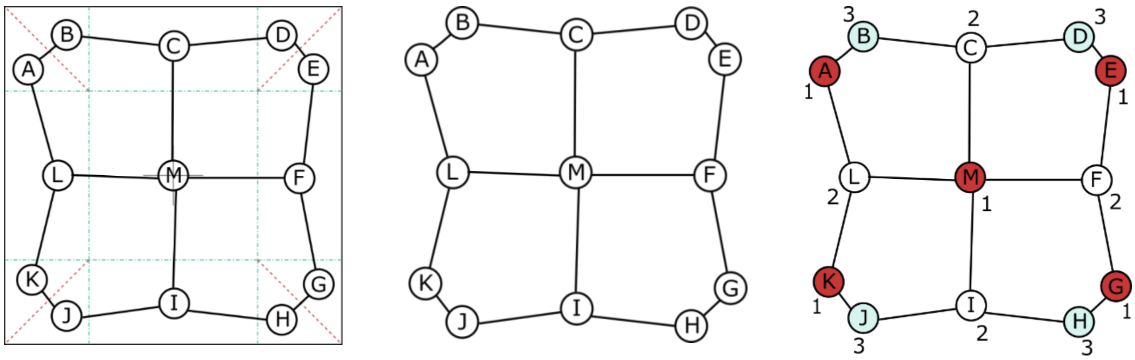
Opdracht 4.12, Chromatisch getal flappy bird en bakje

Flappy bird



Let op! Knoop M, N O en P staan buiten de figuur, maar horen natuurlijk in de vier vlakken linksonder in het vouwpatroon.

Bakje



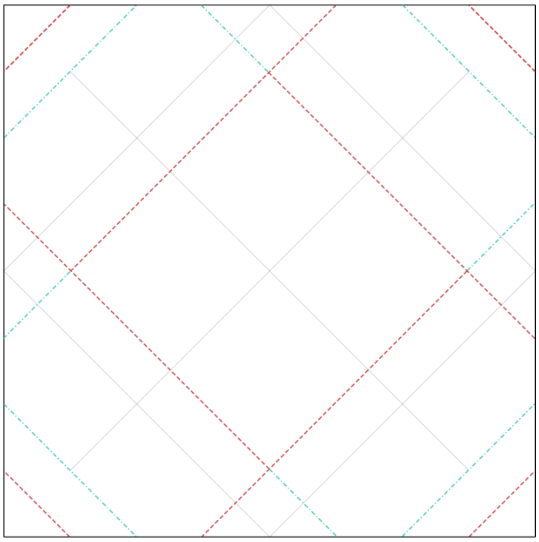
Opdracht 4.13 De tato

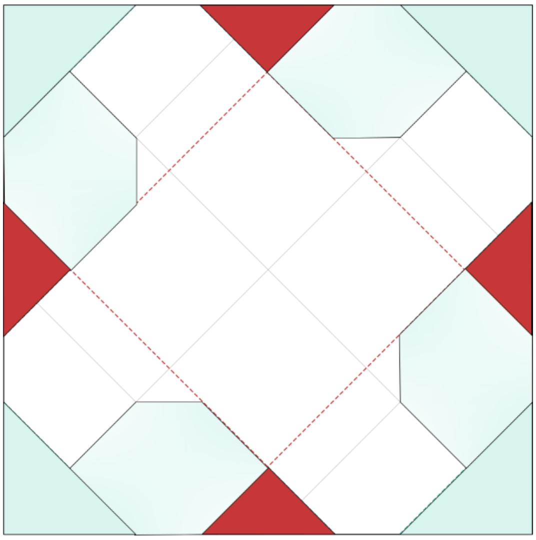
a. Geen uitwerkingen

b. De *windmillbase*, maar dan 45° gedraaid.

c. Het vouwpatroon van de tato vind je links.

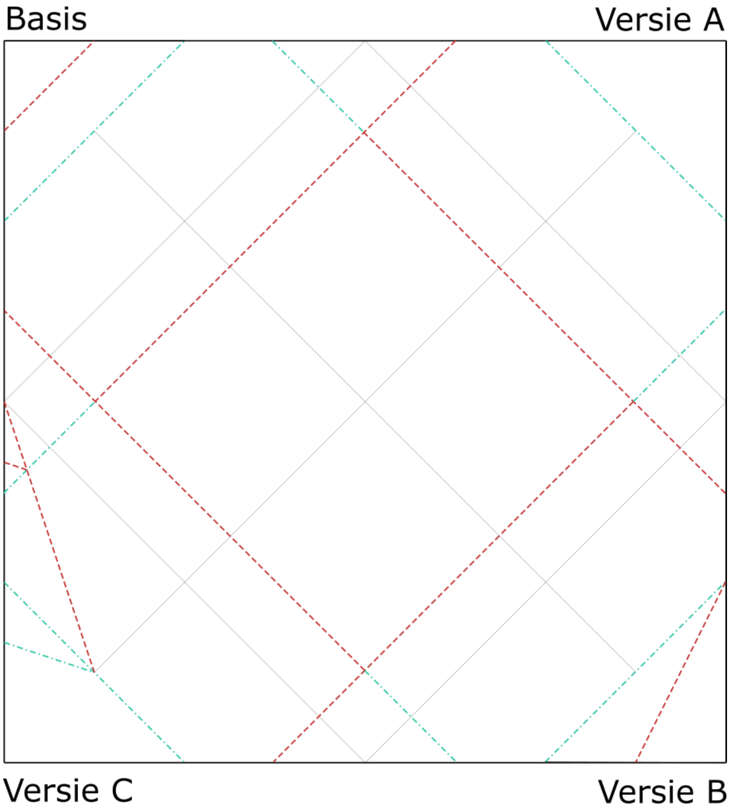
d. Analyse van het vouwpatroon:
De versiering van de sluiting is groen (de hoeken).
De hoekjes die je wegvouwt als je de flappen naar binnen vouwt zijn rood.
De overlappende flappen van de gevouwen tato zijn lichtgroen.
Je kunt de "minimale hoeveelheid" papier die je nodig hebt voor de tato (zonder sluiting) controleren door het witte deel van het vouwpatroon uit te knippen en de tato weer op te vouwen: heb je nu nog overlappende delen?





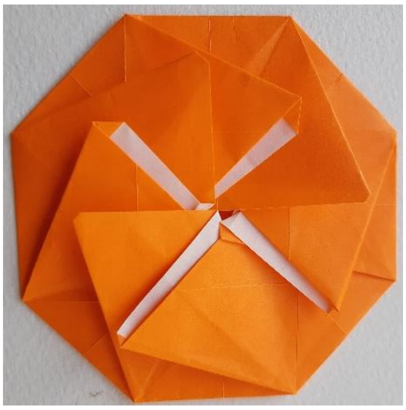
Opdracht 4.14 Variaties op de tato

In het onderstaande vouwpatroon zijn alle hoeken verschillend: voor versie A vouw je alle hoeken zoals staat bij versie A, voor versie B de hoeken van versie B, etc.

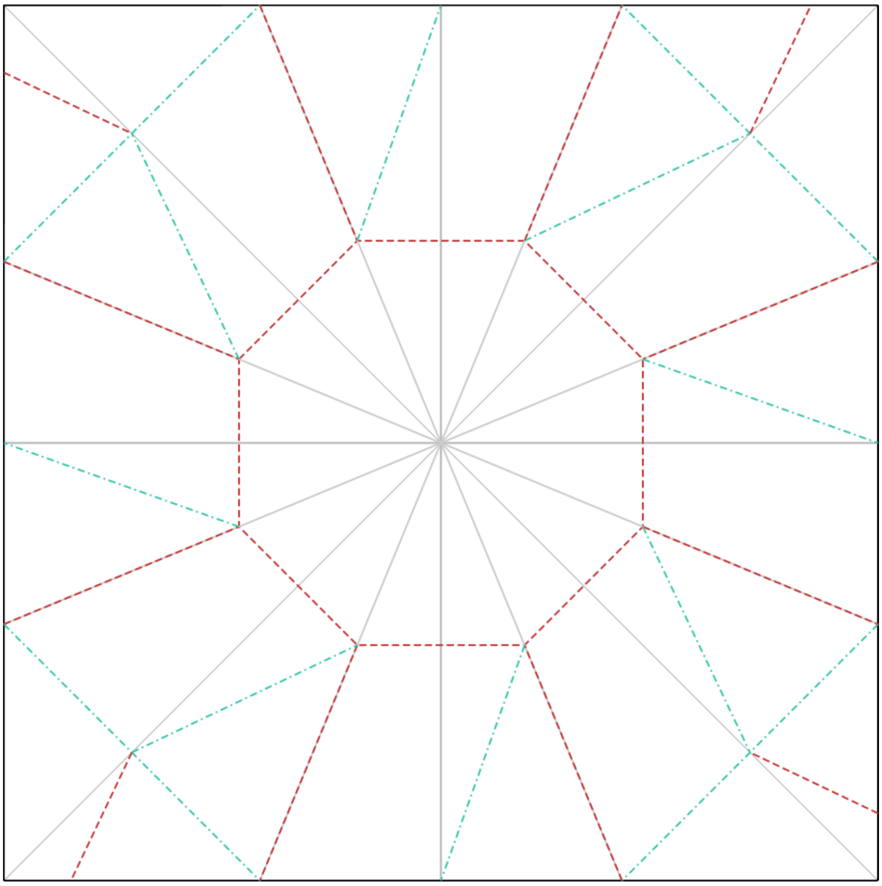


Opdracht 4.15 Achthoekige tato

Mogelijke variaties, afhankelijk van de sluiting:



Vouwpatroon van de linker afbeelding:

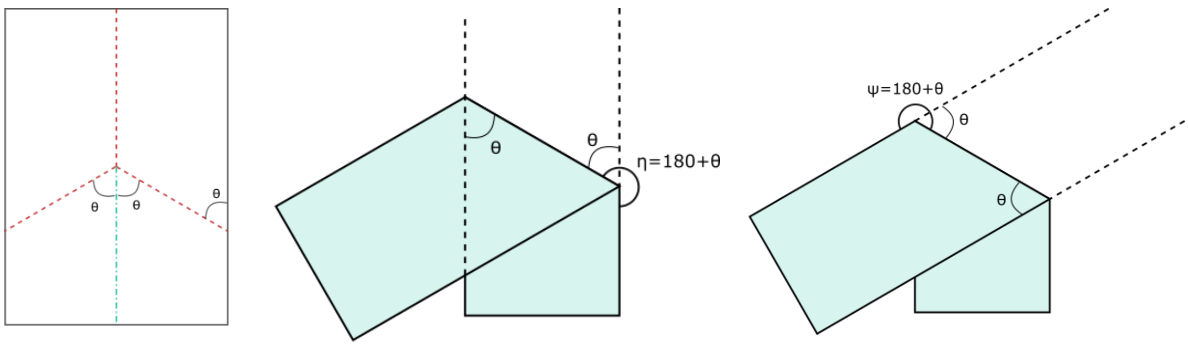


Hoofdstuk 5

Opdracht 5.1 Één bouwsteen Miura
Geen uitwerking.

Opdracht 5.2 Onderzoek varianten
Hoe meer de hoek θ de 90° nadert, hoe lastiger het is om de hoek in en uit te vouwen.

Opdracht 5.3

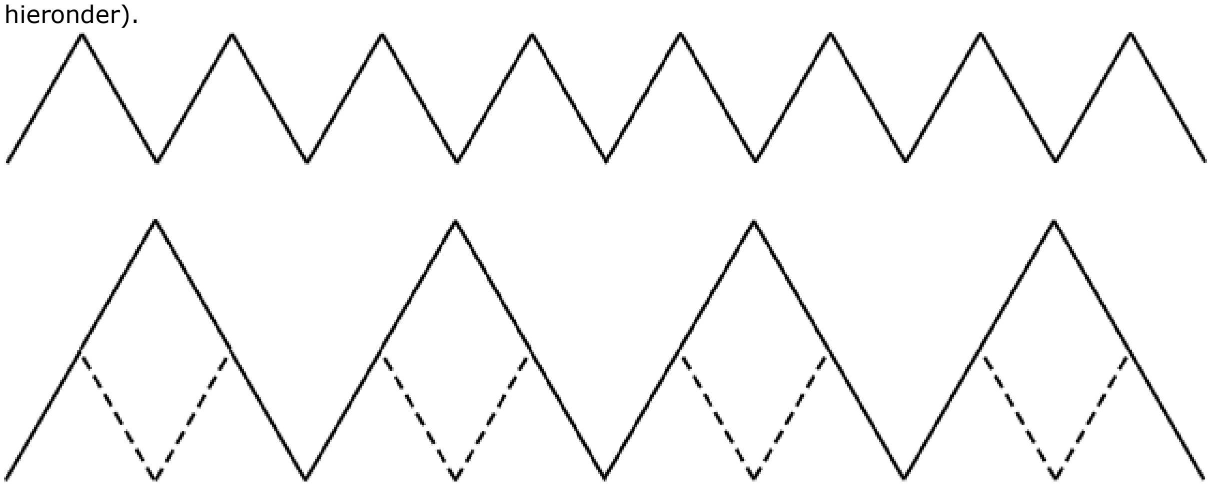


Zie de afbeeldingen hierboven voor de samenhang tussen hoek θ en de overige hoeken, zowel in de uitgevouwen, als de ingevouwen vogelpoot hoek.
Hoek η: de staande vouw is parallel aan andere staande vouwen (of de rand van het papier), dus er is sprake van een z-hoek. De getekende buitenhoek η is daarmee 360° – (180° - θ), dus 180° + θ.
Hoek ψ: idem hoek η, ook met z-hoeken: 180° + θ.

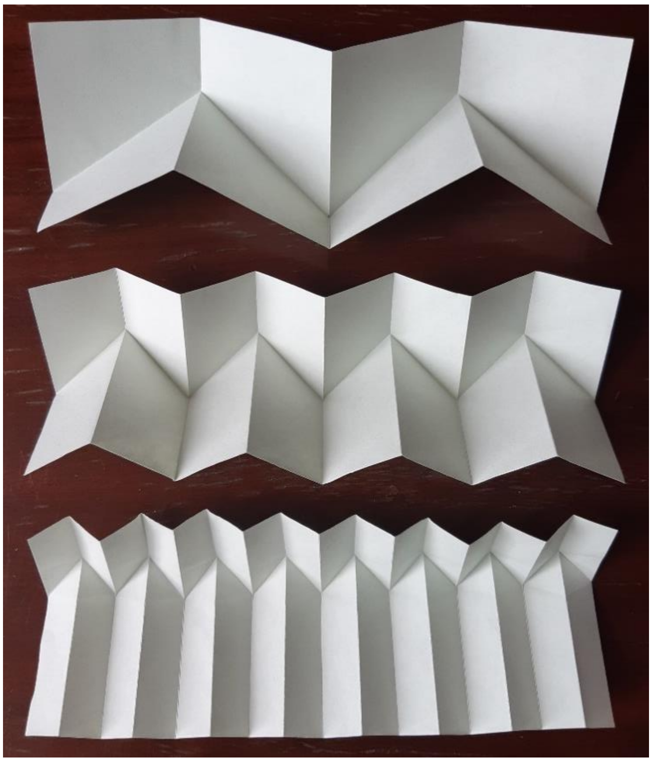
Opdracht 5.4 Onderzoek de voorwaarden
a. Ja, de verhouding tussen berg- en dalvouwen is 3:1 of 1:3, dus het verschil is twee en dat klopt met Maekawa Justin.
b. Volgens de stelling van Kawasaki-Justin moeten de even en de oneven hoeken bij elkaar opgeteld 180° zijn. Bij een willekeurige stip en willekeurig getekende hoeken is dat vaak niet het geval.

Opdracht 5.5 Een rij van knooppunten
Geen uitwerking.

Opdracht 5.6 De invloed van de afstand
Je kunt deze vraag -zoals vaak bij wiskunde- op meerdere manieren benaderen, bijvoorbeeld met gelijkvormigheid. Een "vouw"-benadering gaat als volgt: als je de gevouwen dalvouwen om en om "terugvouwt" in het **zijaanzicht**. Je ziet dan dat de afstand tussen de staande vouwen twee keer zo groot wordt, maar dat de breedte van het gevouwen papier gelijk blijft (zie de afbeeldingen hieronder).

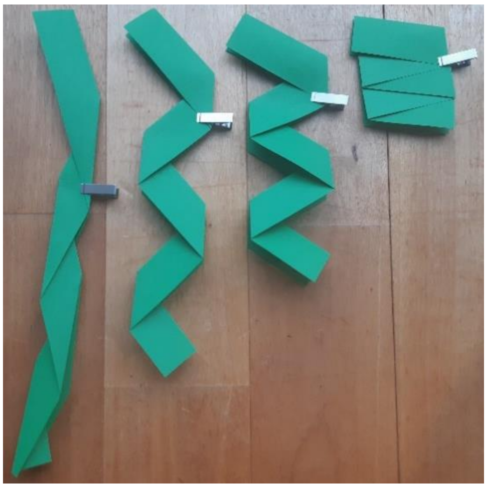


Het maakt dan niet uit of je 4, 8 of 16 vouwen in dit papier maakt: als de grootte van de gevouwen hoeken gelijk blijft, blijft de breedte van het gevouwen papier gelijk.

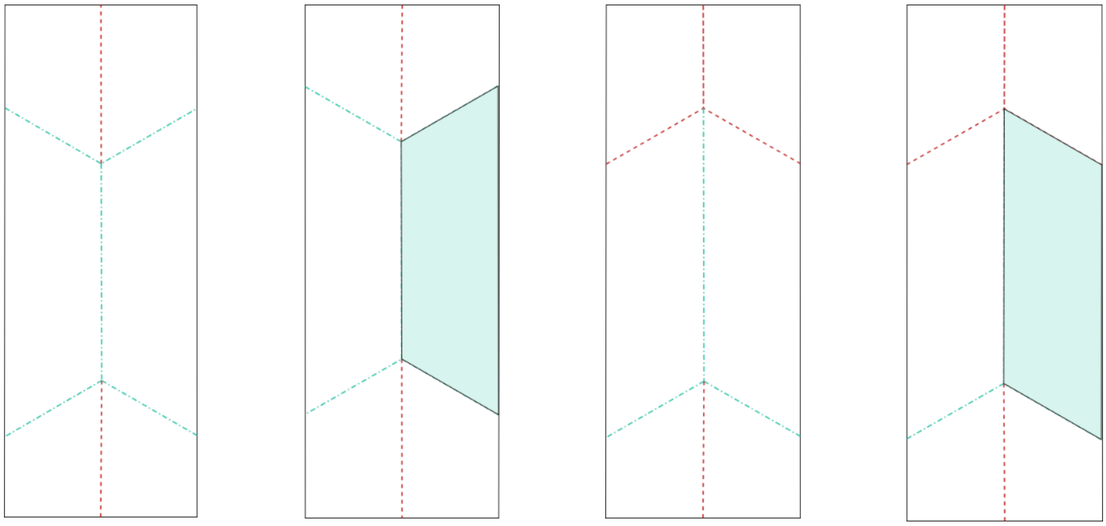


Opdracht 5.7 Een kolom van knooppunten
Geen uitwerking.

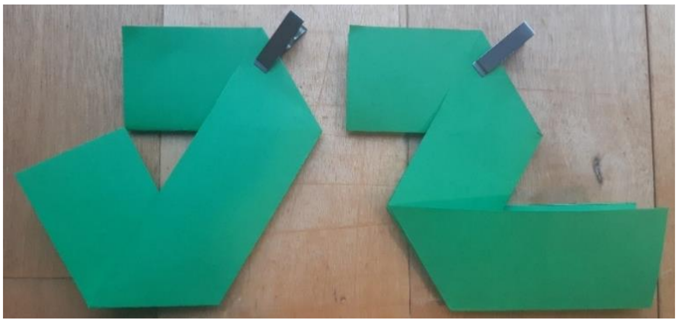
Opdracht 5.8 Varianten
Van links naar rechts (zie de afbeeldingen hieronder) zie je de hoeken van 20°, 45°, 60° en 80°.
Hoe groter de hoek, hoe compacter de ingevouwen Miura vouw.



Opdracht 5.9 De invloed van de v-vouw
a. Bij beide vouwpatronen wisselt de staande vouw van berg- naar dalvouw bij een knooppunt van vouwen. Grote verschil: bij de tegengestelde hoek blijven de v-vouwen hetzelfde: berg-berg of dal-dal. Er ontstaat dan in de gevouwen strip een trapezium (zie de linker twee afbeeldingen hieronder). Bij de gelijke hoeken wisselen berg- en dalvouw elkaar af. Er ontstaat dan in de gevouwen strip een parallellogram (zie de rechter afbeeldingen hieronder)



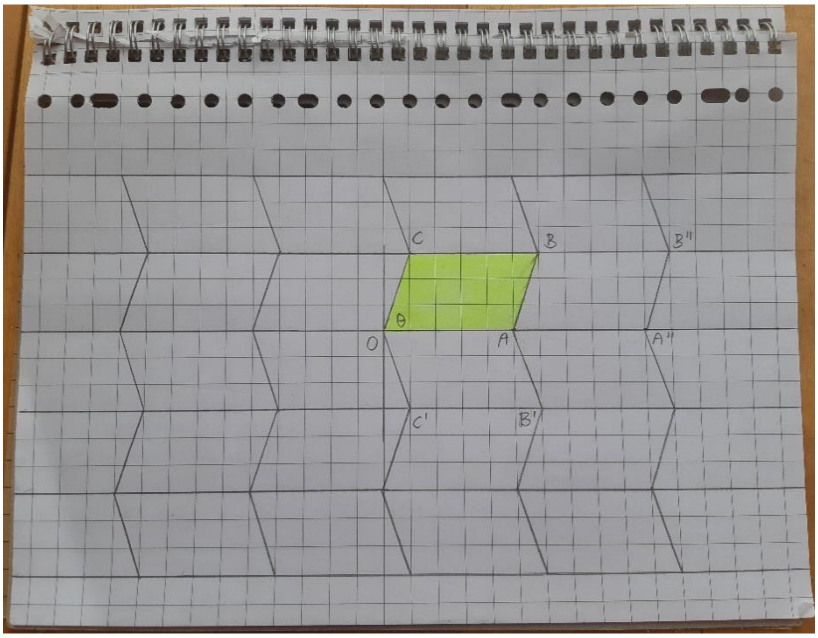
b. In onderstaande foto (afbeelding hieronder) zie je wat het effect is van het "trapezium" (tegengestelde hoeken) versus het "parallellogram" (gelijke hoeken). Bij het trapezium is het effect na twee vogelpoot-vouwen dat het papier in totaal over een hoek van 2θ (zie opdracht 1.3) *plus* 2θ draait, dus netto 4θ. Bij het parallellogram is het effect na twee vogelpoot-vouwen dat het papier in totaal over een hoek van 2θ (zie opdracht 1.3) *minus* 2θ draait, dus netto *nul* θ, ofwel: na twee gelijke vouwen is de richting van de staande vouw weer gelijk aan de beginpositie.



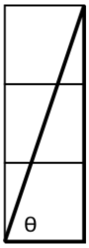
c. Geen uitwerking.

Opdracht 5.10 Een compleet patroon
Geen uitwerking.

Opdracht 5.11 Teken een patroon



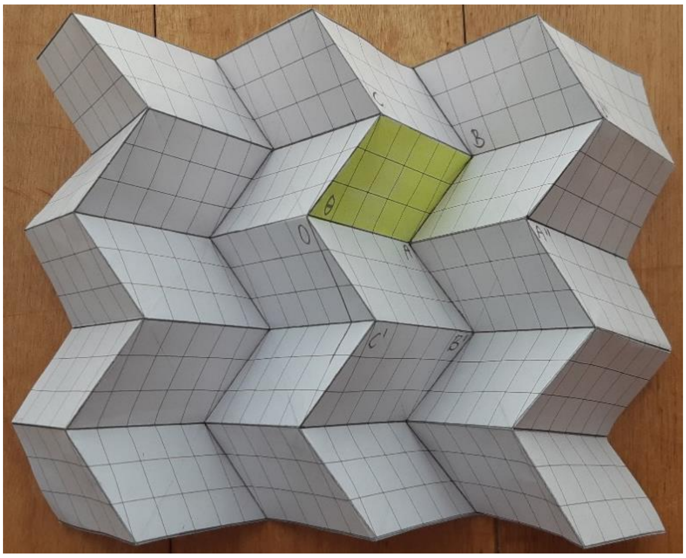
Opdracht 5.12 Bereken θ



a. Je kunt voor het berekenen van de hoek de tangens gebruiken: de overstaande zijde is 3, de aanliggende zijde is 1, dus $\tan(\theta) = \frac{3}{1}, hoek\ \theta = 71{,}6°$.

b. De afstand tussen de staande vouwen is de *hoogte* van de driehoek, noem deze h. Dan geldt het volgende verband: $\sin(\theta) = \frac{h}{b}$, ofwel: $h = b \cdot sin(\theta)$.

Opdracht 5.13 Vouw



Opdracht 5.14 Variaties
Ontwerp a: de afstand tussen de staande hoeken, dus lengte b.
Ontwerp b: hoek θ is steeds verschillend (NB: dit kan niet bij karton of ander onbuigzaam materiaal).
Ontwerp c: de afstand a tussen de v-vouwen is verschillend.

Opdracht 5.15 Variaties
Geen uitwerking.

Opdracht 5.16 Landkaart
Wat is er bijzonder aan de verhouding van de lengtes van a en b? De lengtes liggen vrij dicht bij elkaar, waardoor het gevouwen pakketje bijna een vierkant wordt.
Wat is er bijzonder aan de grootte van hoek θ? Die ligt heel dicht bij $90°$ waardoor de parallellogrammen een heel compact stapeltje vormen als het patroon is opgevouwen.
Waarom zijn deze zo gekozen? Welke voor- en nadelen heeft de Miura vouw voor een landkaart? Het grootste voordeel is dat de landkaart met de Miura vouw heel makkelijk in- en uit te vouwen is. Voorlopig is het grootste nadeel dat het lastig is om de Miura vouw te automatiseren, waardoor het lastig is om landkaarten op grote schaal zo te laten vouwen.

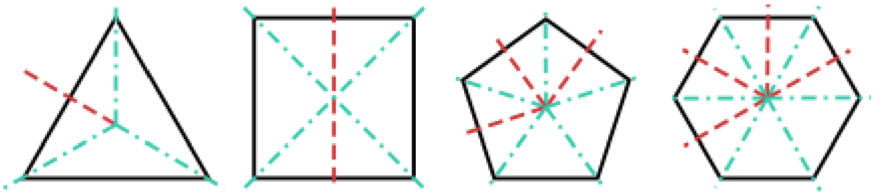
Opdracht 5.17 Miura paviljoen
a. Geen uitwerking.
b. $45°$
c. Geen uitwerking.

Opdracht 5.18 Cirkel, lamp, vaas
De verhouding 1:2 komt van de $30°/60°/90°$ driehoek, met de $1:2:\sqrt{3}$ verhouding.

Hoofdstuk 6

Opdracht 6.1 Uitproberen
Een uitgeknipt hart.

Opdracht 6.2 Regelmatige veelhoeken
a,b. Er zijn meerdere oplossingen mogelijk. Hieronder is er voor ieder figuur één oplossing gegeven

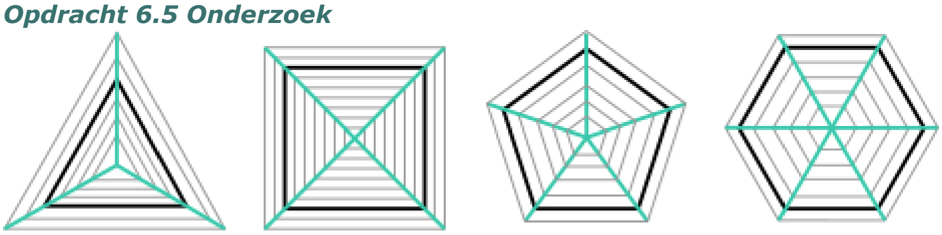


c. Sommige lijnen delen de hoeken van het figuur in tweeën, andere (of dezelfde) staan loodrecht op de kniplijnen.

Opdracht 6.3
Ja

Opdracht 6.4 Alfabet
-

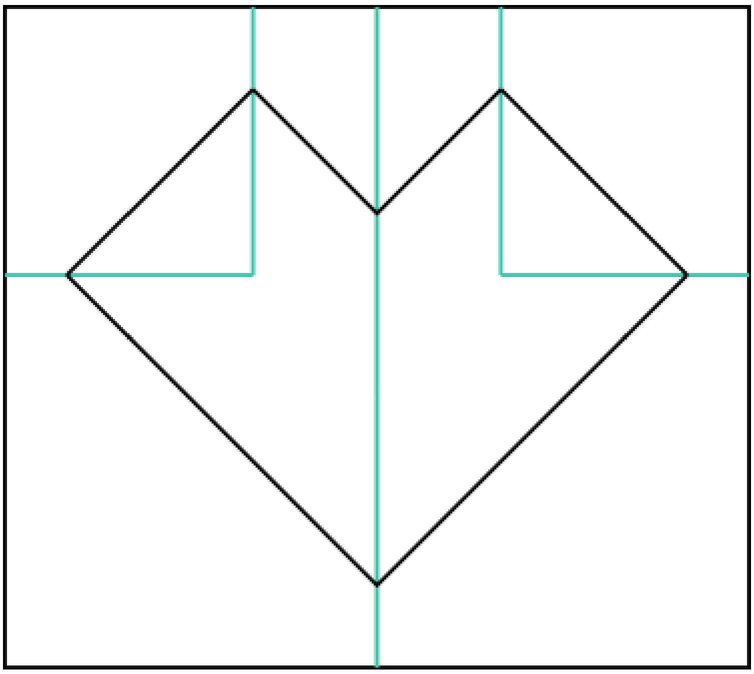
Opdracht 6.5 Onderzoek



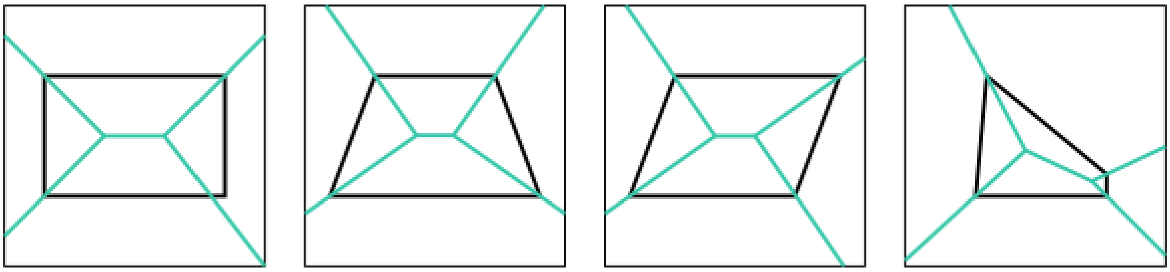
Ja, dit zijn de lijnen die de hoeken in tweeën delen.

Opdracht 6.6 Axioma's en bissectrices
a. Het derde axioma
b. Ja dat zijn het.

Opdracht 6.7 Bissectrices



Opdracht 6.8 Vierhoeken



a.

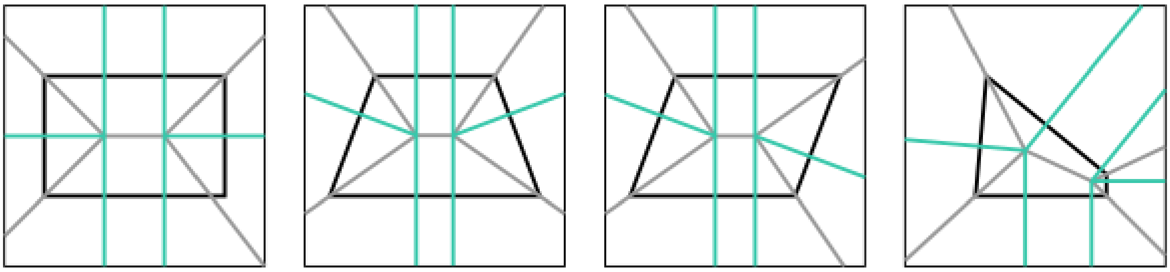
b. Je hebt meer lijnen nodig

c. In de knooppunten komen nu 3 vouwlijnen samen. Dat kan nooit kloppen met de stelling van Maekawa-Justin want dan kan het verschil tussen het aantal berg- en dalvouwen geen 2 zijn.

Opdracht 6.9 Nog meer lijnen

Ja, dat zijn de dalvouwen (of bergvouwen als jouw bissectrices dalvouwen zijn). Deze lijnen staan loodrecht op de kniplijnen en beginnen in het knooppunt van bissectrices.

Opdracht 6.10 Loodlijnen



a. Nu komen in ieder knooppunt van vouwlijnen 6 vouwlijnen samen. Dan is het mogelijk om het verschil tussen het aantal berg- en dalvouwen gelijk te maken aan 2.

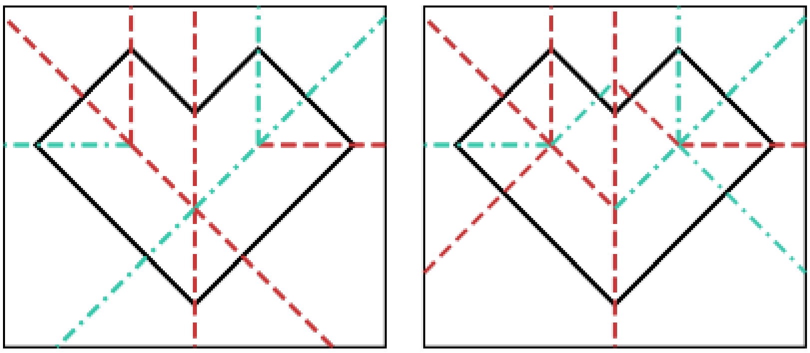
b. -

c. Nee

d. Ja

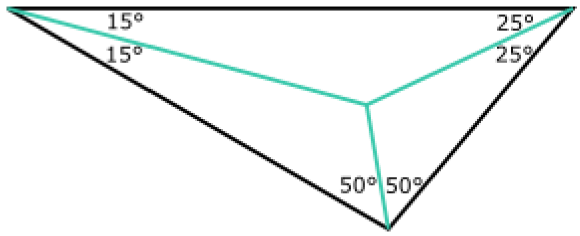
Opdracht 6.11 Hart vouwen

Hieronder staan twee mogelijke vouwpatronen, er zijn er meer.

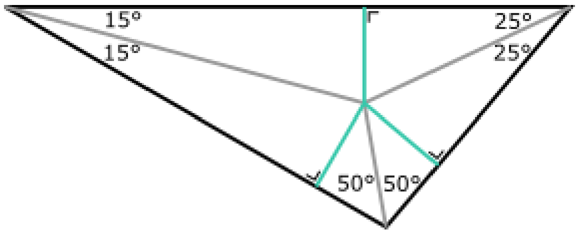


Opdracht 6.12 Kawasaki-Justin

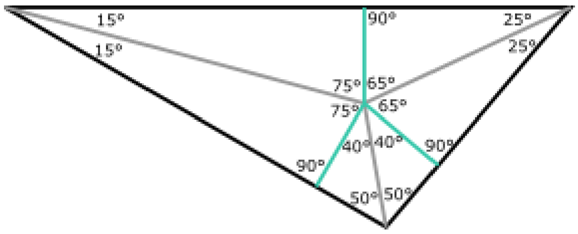
a.



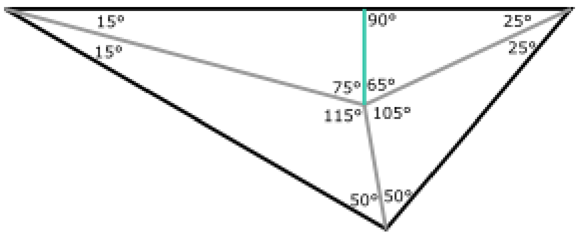
b .



c. Rondom het knooppunt van bissectrices midden in de driehoek geldt: $\theta_1 + \theta_3 + \theta_5 = 75° + 65° + 40° = \theta_2 + \theta_4 + \theta_6 = 180°$



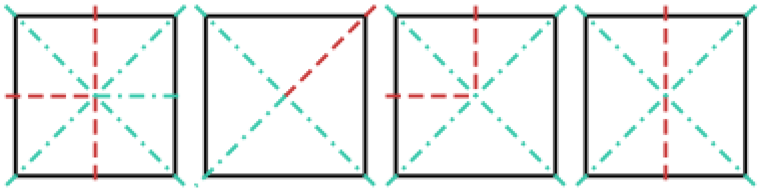
d. Rondom het knooppunt van bissectrices midden in de driehoek geldt: $\theta_1 + \theta_3 = 75° + 105° = \theta_2 + \theta_4 = 180°$



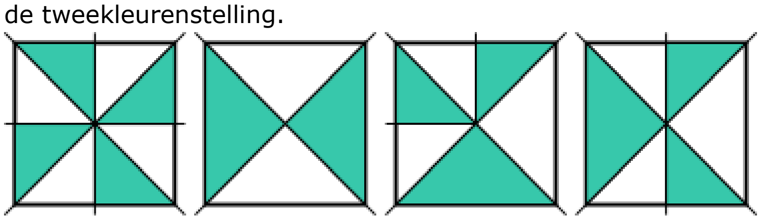
e. Ook dan geldt de stelling van Kawasaki-Justin.

Opdracht 6.13 Vierkant

a. Op vier manieren (4, 0, 2, 2 loodlijnen):

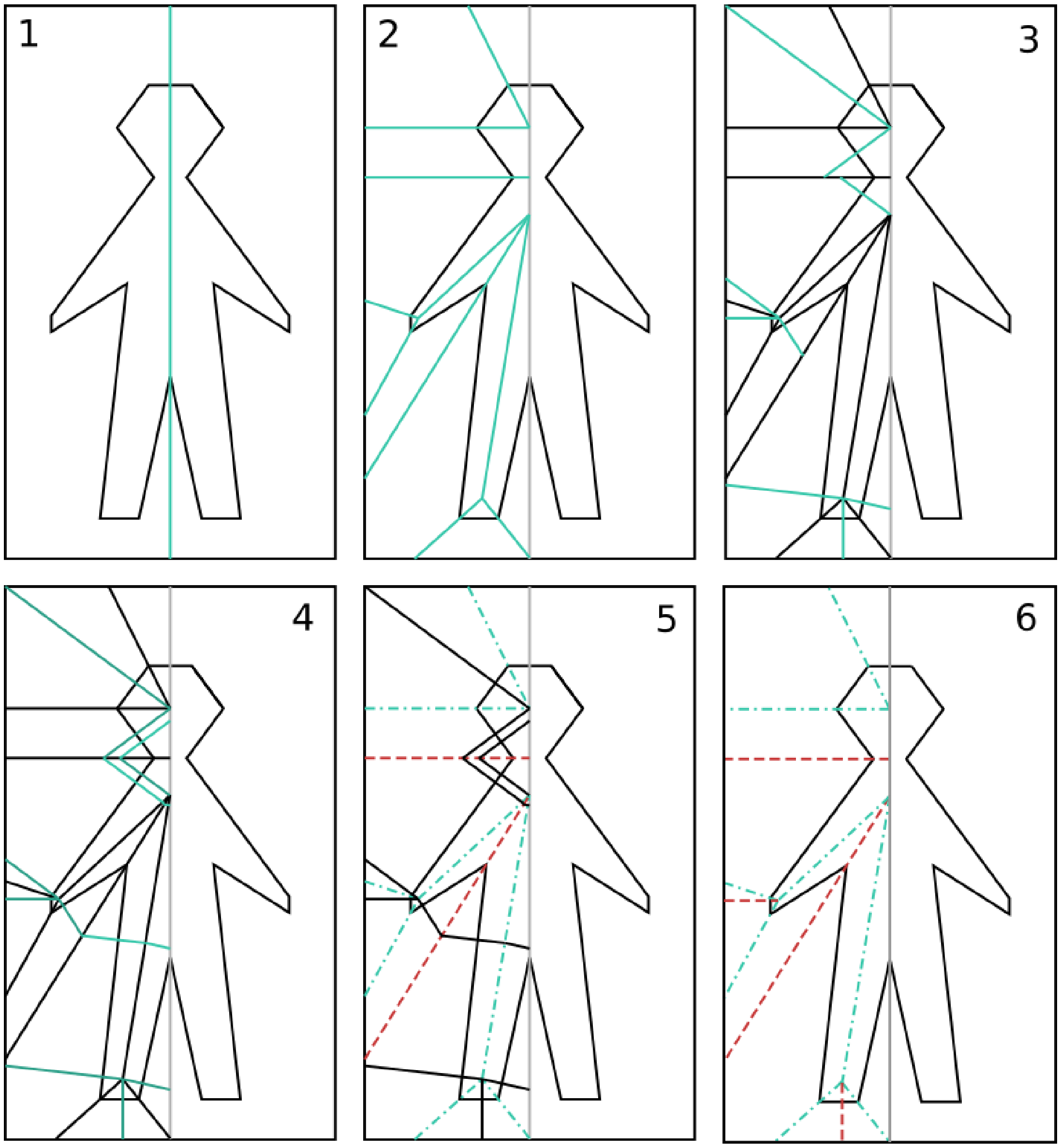


b. Ja. Maekawa-Justin en Kawasaki-Justin zijn eenvoudig te controleren. Hieronder het bewijs voor de tweekleurenstelling.

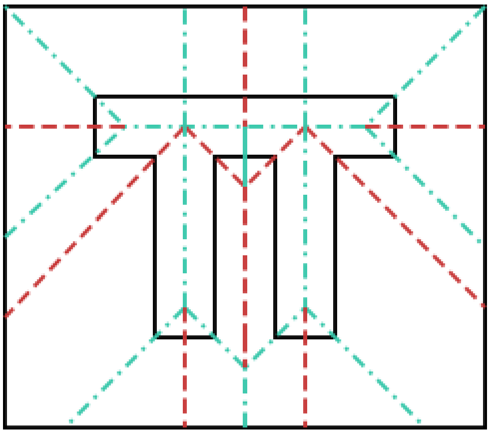


c. Hoe minder loodlijnen hoe platter je pakketje, dus knipt het makkelijker. Hoe meer loodlijnen hoe kleiner je pakketje.

Opdracht 6.14 Poppetje



Opdracht 6.15 Pi



a,b, c We hebben besloten in dit antwoord geen gebruik te maken van de symmetrie van de pi, maar dat had natuurlijk wel gekund. Zonder symmetrie is het namelijk eenvoudiger om de stelling van Maekawa-Justin te controleren. Als je de symmetrie hebt gebruikt is dat uiteraard prima.

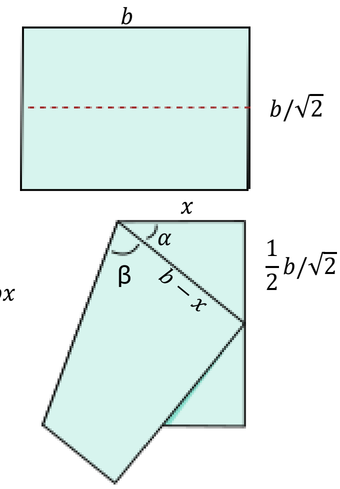
Opdracht 6.16 Vijfpuntige ster

-

Opdracht 6.17 Vijfpuntige ster

a. Als je de ster na het knippen uitvouwt komt hoek β in het midden van de ster te liggen, als de hoek tussen twee punten van de ster. Deze hoek zou in de buurt moeten komen van $\frac{360°}{5} = 72°$. Door β uit te rekenen kunnen we dus kijken in hoeverre deze een regelmatige vijfpuntige ster met een hoek van 72° benadert.

b. Noem de lange zijde van het A4 a, en de korte zijde b. Dan geldt voor een A5 papier dat de lange zijde gelijk is aan b en de korte aan ½a. De verhouding tussen de lange en korte zijde van een A4 en A5 moet gelijk zijn. Dus geldt dat $\frac{a}{b} = \frac{b}{\frac{1}{2}a}$, daaruit volgt dat $2a^2 = b^2$. Dit leidt vervolgens tot $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$.



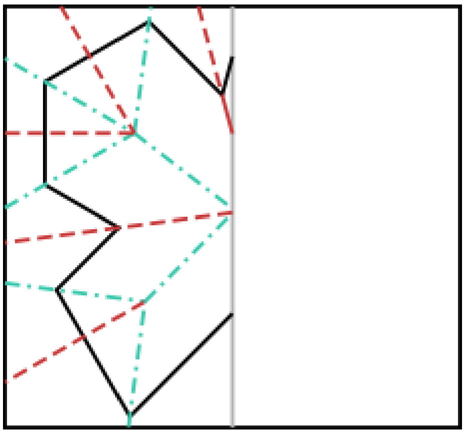
c. In de afbeeldingen hiernaast staat beschreven wat we weten. Hierbij noemen we de lange zijde van het dubbelgevouwen A4 papier b.
Zijde b wordt gevouwen op een onbekend punt. Laten we de ene lengte x noemen, en de andere $b - x$. Zie de afbeelding hiernaast.
De driehoek rechtsboven is een rechthoekige driehoek. Dus volgens de stelling van Pythagoras geldt: $(b - x)^2 = x^2 + (\frac{1}{2}b/\sqrt{2})^2$. Uitschrijven van de haakjes geeft: $b^2 - 2bx + x^2 = x^2 + \frac{1}{8}b^2$. Vereenvoudigen en herschrijven lijdt tot $\frac{7}{8}b^2 = 2bx$ en dus $x = \frac{7}{16}b$. Daaruit volgt de lange zijde $b - x = b - \frac{7}{16}b = \frac{9}{16}b$

Nu kun je met soscastoa hoek α berekenen: $cos \propto = \frac{\frac{7}{16}b}{\frac{9}{16}b} = \frac{7}{9}$. En dus $\propto \approx 39°$.

d. Als je de vouwlijnen van de onderste afbeelding zou tekenen in de bovenste afbeelding zou je drie hoeken zien die samen komen in 1 punt. De linker en middelste hoek zijn beiden β, de rechter hoek is α. Samen zijn deze hoeken $180°$. Dus $\beta = \frac{180°-\alpha}{2} \approx$ 70,5°

e. Dit is best dichtbij de benodigde $72°$, dus het is een redelijk goede benadering.

Opdracht 6.18 Vlinder



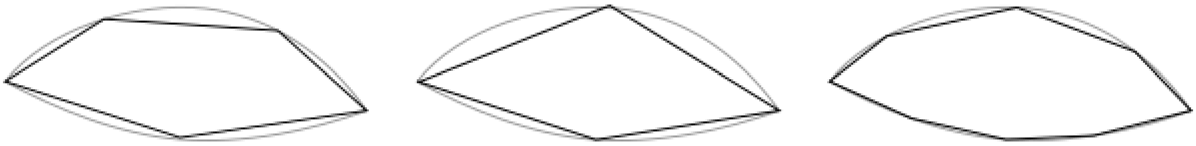
Opdracht 6.19 Eigen ontwerp

-

Hoofdstuk 8

Opdracht 8.1 Vissenlijf-veelhoeken

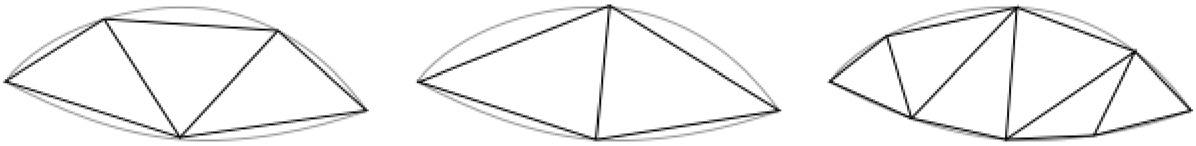
a.



b**.** Hoe meer hoeken, hoe meer de veelhoek op het vissenlijf lijkt

Opdracht 8.2 Triangulatie van veelhoeken

a.



b.

Aantal hoeken veelhoek	Aantal driehoeken
4	**2**
5	**3**
8	**6**

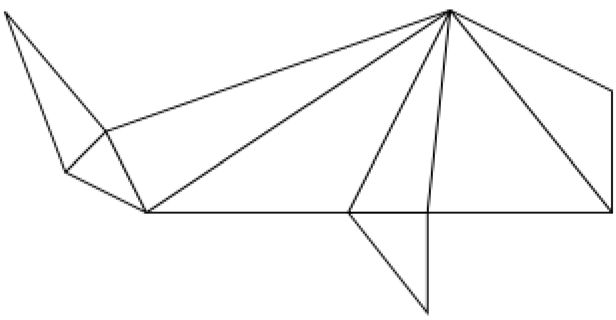
$aantal\ driehoeken\ =\ aantal\ hoeken\ veelhoek\ -\ 2$

De eerste driehoek verbruikt 3 hoeken van de veelhoek. Iedere volgende driehoek verbruikt één hoek meer.

Opdracht 8.3 Trianguleer de vis

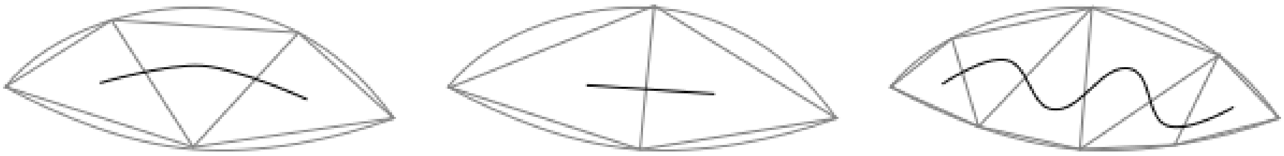
a. De veelhoek heeft 10 hoekpunten. Dit zou betekenen dat we 10-2=8 driehoeken nodig hebben.

b.

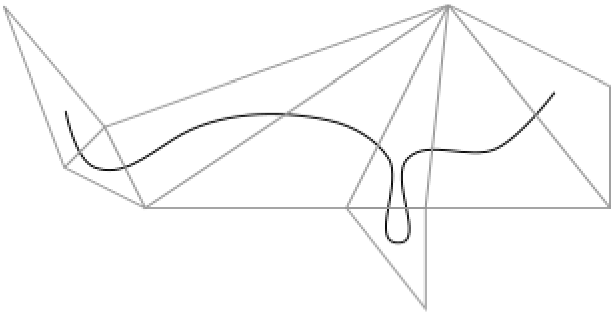


Opdracht 8.4 Pad van vis

a.



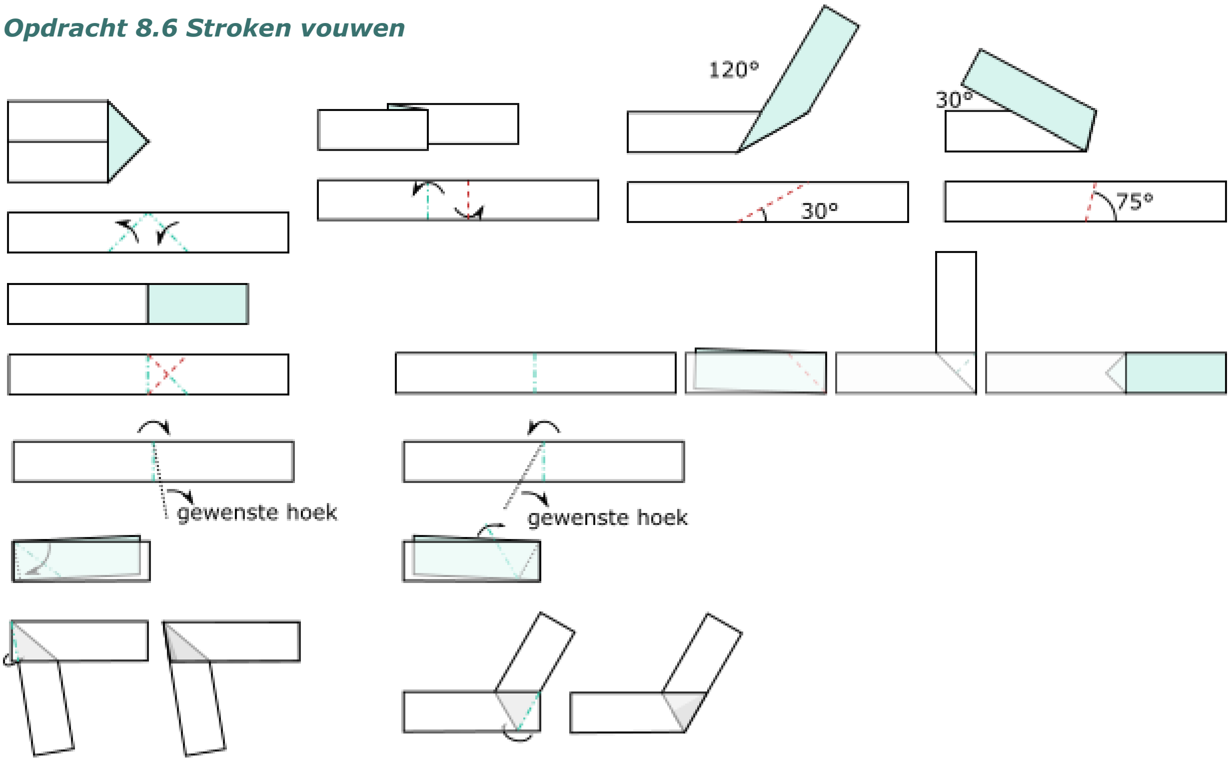
b.



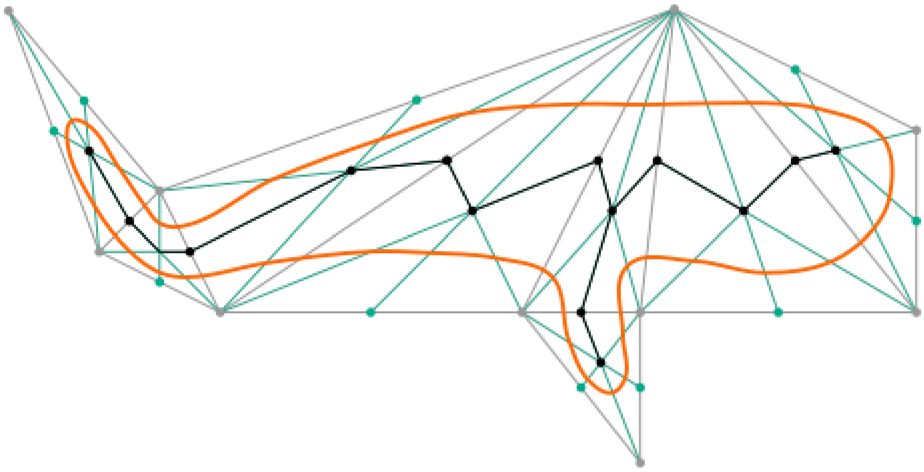
Opdracht 8.5 Zuinig met hoeken veelhoek

Hoe meer hoeken je veelhoek heeft, hoe meer driehoeken je krijgt bij het trianguleren. Bij het vouwen moet je dan vervolgens veel vaker van richting veranderen om parallel aan zijdes tussen de driehoeken te vouwen.

Opdracht 8.6 Stroken vouwen

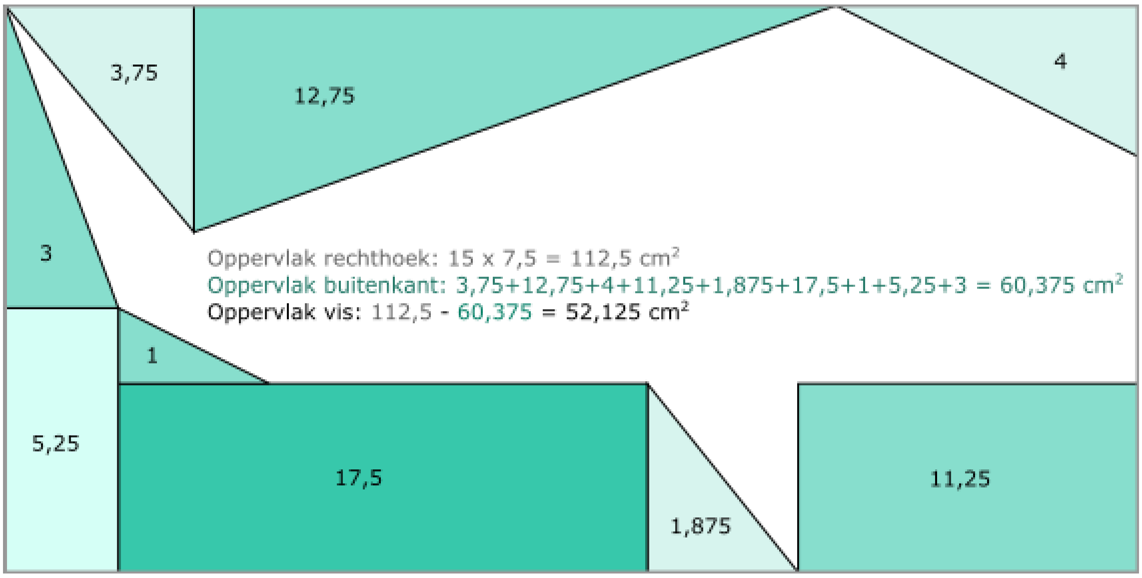


Opdracht 8.7 Hamiltonian refinement – vis



Opdracht 8.8 Oppervlak

a.



c. ≅ 17 x 17 = 289 cm^2

d. Zie tekst.