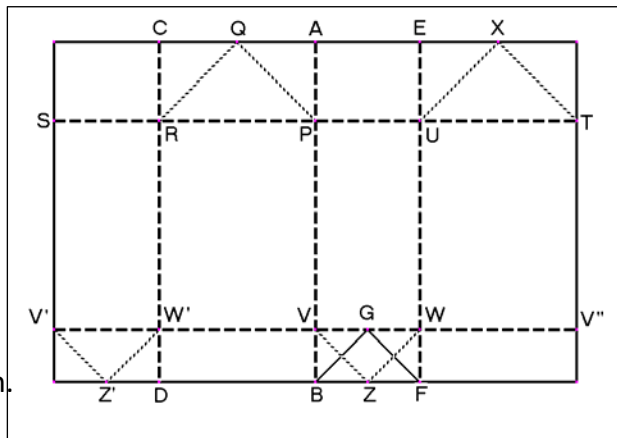


Bijlage hoofdstuk 23: Cellofaan van koffiepakken

De volgende opdrachten moeten worden uitgevoerd:

- Neem een werkblad met een ruitjesblad van 20 cm bij 13 (met een extra strook voor plakrandjes) [mijn voorkeur i.v.m. berekeningen, en de mogelijkheid om plakrandjes te maken], of neem een blanco A4'tje, dat kan ook. Neem voor het gemak aan dat de afmetingen van een A4'tje 30 cm bij 21 cm zijn.
- Vouw het blad over de breedte dubbel (AB).
- Vouw weer open.
- Kies P op AB zodat AP tussen 3 en 4,5 cm zit. [bij een A4'tje kies je AP tussen 4 en 5,5 cm] Noem $AP = a$.
- Vouw door P lijn $PR \perp AB$ (dit is vouw ST).
- Teken Q en R zodat $\triangle PQR$ een "geodriehoek" is. Dus $\angle PQR = 90^\circ$, $\angle QPR = \angle QRP = 45^\circ$. Teken $\triangle PQR$.
- Vouw PQ en RQ.
- Vouw door R een vouw $\perp ST$ (vouw CD). Niet open vouwen. De rand SV' ligt nu rechts van lijn CD, bovenop.
- Vouw de rechterkant van het A4-tje naar de omgevouwen linker rand (SV'): dit wordt de vouw EF. S en T komen tegen elkaar en U ligt nu op ST zodat $SR = PU (=VW)$. In feite heb je nu vouw EF gemaakt die even ver rechts van PV ligt als SV' links van CD ligt, zonder te meten.
- Vouw alles weer open.
- Teken $\triangle UXT$, dit is een "geodriehoek". Dus $\triangle PQR$ en $\triangle TXU$ zijn gelijk.
- Vouw TX en UX.
- Teken G zodat $\triangle BFG$ een "geodriehoek" is. Dus $\angle BGF = 90^\circ$, $\angle FBG = \angle BFG = 45^\circ$.
- Vouw door G lijn $VW \perp AB$ (dit is vouw $V'V''$). Nu is $VB = WF = \frac{1}{2} BF (= \frac{1}{2} PU = \frac{1}{2} SR)$. Noem $VB = b$.
- Teken Z op het midden van BF. Nu is $\triangle VWZ$ ook een "geodriehoek".
- Vouw VZ en WZ.
- Vouw nu tenslotte op de strook links onderaan $V'Z'$ en $W'Z'$ zodat ook $\triangle V'Z'W'$ een "geodriehoek" is, gelijk aan $\triangle VWZ$, maar dan een half A4-tje naar links opgeschoven. Zie figuur.
- Plak nu de randen dicht zodat je de vorm van het koffiepak krijgt. Gebruik de diagonale vouwen om de vier flappen (geodriehoeken) naar buiten te laten steken.



Vragen:

- Bewijs dat alle pakken even hoog zijn.
- Hoe groot moet je a kiezen zodat er precies 500 gram (= 500 cm³) resp. 150 gram koffie in het pak past?
- Bereken de maximale inhoud van een op deze manier gevouwen koffiepak.

Extra uitdaging:

Als je het lege pak uitrekt ontstaat een viervlak.

Ook hierover kun je mooie wiskunde bedrijven.

- Ontvouw het pak tot een viervlak door de punten uit te trekken. Zie figuur. Bereken de inhoud van dit viervlak. Gebruik Pythagoras.
- Je kunt ook een integraal opstellen waarmee je de inhoud van dit viervlak kunt berekenen. Daartoe moet je de x -as op de onderrand leggen en de bovenrand evenwijdig met de y -as. De horizontale doorsneden vormen telkens een rechthoek waarvan je de lengte en breedte kunt uitdrukken in z . Met dikte Δz kun je de inhoud van een plakje uitdrukken in z . De bijbehorende Riemanssom kun je omzetten in een integraal. Bereken deze integraal. Komt er hetzelfde uit als bij de manier hierboven?

