

Bijlage hoofdstuk 43: Speeddaten met wiskundige opdrachten

6 vwo wB, *Getal & Ruimte* H13 Oefening de (tweede) afgeleide

- A** De grafieken van $y = -x^2$ en $y = \sqrt{px} + c \cdot p$ snijden elkaar loodrecht in het punt met $x = 2$. Bereken exact voor welke p en c dit het geval is.
- B** $f(x) = -\frac{1}{6}x^2(x-4)$
De lijn $y = ax$ snijdt de grafiek van f precies in twee punten.
Bereken exact voor welke waarde(n) van a dit het geval is.
- C** $f(x) = -x^3(x-4)$
Bereken algebraïsch op welk(e) interval(len) de grafiek van f afnemend stijgend is.
- D** $f(x) = x^2 \cdot e^{-x}$
Bereken exact de x -coördinaten van de buigpunten van de grafiek van f .
- E** $f(x) = \frac{2 \ln(x)}{x}$
A is het snijpunt van de grafiek van f met de x -as. T is de top van de grafiek van f .
S is het snijpunt van de raaklijn in T met de raaklijn in A.
Bereken exact de x -coördinaat van S.
- F** Gegeven is de functie $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{1}{2}$ en de familie lijnen $y = mx + 1$.
Bereken exact voor welke leden uit de familie (dit zijn waarden van m) geldt dat de grafiek ervan raakt aan de grafiek van f .

Opg	antwoorden
A	$p = \frac{1}{2}; c = -10$
B	$a = 0; a = \frac{2}{3}$
C	$\langle \langle -, 0 \rangle \cup \langle 2, 3 \rangle$
D	$x = -2 - \sqrt{2}, x = -2 + \sqrt{2}$
E	$x = 1 + \frac{1}{e}$
F	$m = 1, m = 3$

Versie 1

A $f(x) = \frac{2\ln(x)}{x}$

Bereken de exacte coördinaten van het buigpunt van de grafiek van f .

B $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2$

Bereken de exacte afstand tussen de toppen van de grafiek van f .

C $f(x) = -(x-2)^2 + 2$ en $g(x) = x^2 - 2$

Bereken exact de maximale waarde van het verticale verbindingslijnstuk tussen een punt op de grafiek van f en een punt op de grafiek van g , voor $0 < x < 2$.

D $f(x) = \sqrt{x-2} + 1$ en lijn $k: y = x$

Bereken de exacte coördinaten van het punt op de grafiek van f waarin de raaklijn evenwijdig loopt aan lijn k .

E $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$ en lijn $k: y = -2x$

Bereken de exacte coördinaten van het punt op de grafiek van f waarin de raaklijn loodrecht staat op lijn k . Tip: Bedenk dat $4 \cdot 1 = (1+1)^2$.

opg antwoorden

A $x = e\sqrt{e}; y = \frac{3}{e\sqrt{e}}$

B $d = \sqrt{16 + (32/3)^2}$

C als $x = 1$ is $f_{\max} = 2$

D $x = 2\frac{1}{4}; y = 1\frac{1}{2}$

E $x = 1; y = \frac{1}{2}$

Versie 2

A $f(x) = \frac{2\ln(x)}{x}$

Bereken de exacte waarde(n) van a waarvoor de lijn $y = ax$ raakt aan de grafiek van f .

B $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2$

Bereken de exacte waarde(n) van a waarvoor de lijn $y = ax$ raakt aan de grafiek van f .

C $f(x) = -(x-2)^2 + 2$

Bereken de exacte waarde(n) van a waarvoor de lijn $y = ax$ raakt aan de grafiek van f .

D $f(x) = \sqrt{x-2} + 1$

Bereken de exacte waarde(n) van a waarvoor de lijn $y = ax$ raakt aan de grafiek van f .

E $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$

Bereken de exacte waarde(n) van a waarvoor de lijn $y = ax$ raakt aan de grafiek van f .

opg antwoorden

A $x = \sqrt{e}$ geeft $a = \frac{1}{e}$

B $x = 0$ geeft $a = 0$; $x = 3$ geeft $a = 3$

C $x = -\sqrt{2}$ geeft $a = 4 + 2\sqrt{2}$; $x = \sqrt{2}$ geeft $a = 4 - 2\sqrt{2}$

D $x = 6 - 2\sqrt{3}$ geeft $a = \frac{1}{2\sqrt{4-2\sqrt{3}}} = \frac{1}{2(\sqrt{3}-1)}$!! hiervoor is nodig: stel $\sqrt{4-2\sqrt{3}} = p + q\sqrt{3}$; geeft $p = 1$ en $b = -1$

E $x = 0$ geeft $a = 0$; $x = -1$ geeft $a = -\frac{1}{2}$; $x = 1$ geeft $a = \frac{1}{2}$

4 vwo wA, 5 vwo wA

Bij klassen van 30 leerlingen twee versies, voor beide halve klassen een.

Versie 1: vier rode en vier witte; *Versie 2:* vijf rode en vijf witte (je kunt het zelf aanpassen)

In een bakje zitten 4 rode en 4 witte balletjes.

Hans trekt blindelings na elkaar 3 balletjes zonder terugleggen uit het bakje.

A Bereken de kans dat Hans twee rode ballen en één witte bal trekt.

In een bakje zitten 4 rode en 4 witte balletjes.

Hans trekt blindelings na elkaar 3 balletjes zonder terugleggen uit het bakje.

B Bereken de kans dat Hans als derde bal een rode trekt.

In een bakje zitten 4 rode en 4 witte balletjes.

Hans trekt blindelings na elkaar 3 balletjes zonder terugleggen uit het bakje.

C Bereken de kans dat de derde bal die Hans trekt de eerste rode is.

In een bakje zitten 4 rode en 4 witte balletjes.

Hans trekt blindelings na elkaar 3 balletjes zonder terugleggen uit het bakje.

D Bereken de kans dat Hans minstens één rode bal trekt.

In een bakje zitten 4 rode en 4 witte balletjes.

Hans trekt blindelings na elkaar 3 balletjes zonder terugleggen uit het bakje.

E Bereken de kans dat Hans om en om een andere kleur trekt

opg antwoorden Versie 1

A $3 \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6}$

B WWR,WRR,RWR,RRR

$$\frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} + \frac{4}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} + \frac{4}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} + \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6}$$

C WWR

$$\frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6}$$

D niet WWW

$$1 - \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6}$$

E RWR, WRW

$$\frac{4}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} + \frac{4}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6}$$

antwoorden Versie 2

A $3 \cdot \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8}$

B WWR,WRR,RWR,RRR

$$\frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8} + \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} + \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} + \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8}$$

C WWR

$$\frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8}$$

D niet WWW

$$1 - \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8}$$

E RWR, WRW

$$\frac{5}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} + \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8}$$

SOMSOM-routes

SOMSOM 20 personen, 5 opgaven, 5 rondes

1	A	B	C	D	E
2	E	A	B	C	D
3	D	E	A	B	C
4	C	D	E	A	B
5	B	C	D	E	A
6	A	C	E	B	D
7	D	A	C	E	B
8	B	D	A	C	E
9	E	B	D	A	C
10	C	E	B	D	A
11	A	D	B	E	C
12	C	A	D	B	E
13	E	C	A	D	B
14	B	E	C	A	D
15	D	B	E	C	A
16	A	E	D	C	B
17	B	A	E	D	C
18	C	B	A	E	D
19	D	C	E	A	B
20	E	D	C	B	A

SOMSOM, 27 personen, 9 vragen, 6 rondes

1	A	H	F	K	C	D
2	B	A	H	F	K	C
3	C	B	A	E	F	G
4	D	C	B	A	E	F
5	F	D	C	B	A	E
6	G	F	D	C	B	A
7	A	G	F	D	C	B
8	H	A	G	K	D	C
9	K	H	A	G	F	D
10	C	K	H	A	B	F
11	E	C	K	H	A	B
12	H	E	C	K	G	A
13	A	H	E	C	K	G
14	G	K	H	F	E	H
15	D	G	K	A	H	E
16	F	D	G	E	A	H
17	E	F	D	G	K	A
18	B	E	F	D	G	K
19	H	B	E	F	D	G
20	D	A	B	E	F	K
21	C	D	H	B	E	F
22	K	C	D	H	B	E
23	K	G	C	D	H	B
24	B	K	G	C	D	H
25	E	B	K	G	C	D
26	F	E	B	H	G	C
27	G	F	E	B	H	K

SOMSOM, 21 personen, 7 opgaven, 7 rondes

1	A	B	C	D	E	F	G
2	A	E	B	F	C	G	D
3	A	D	F	B	E	G	C
4	B	C	D	E	F	G	A
5	B	F	C	G	D	A	E
6	B	E	G	C	F	A	D
7	C	D	E	F	G	A	B
8	C	G	D	E	A	B	F
9	D	F	A	C	G	B	E
10	D	E	F	G	A	B	C
11	C	G	B	A	E	D	F
12	D	G	B	E	A	C	F
13	E	F	G	A	B	C	D
14	E	B	F	C	G	D	A
15	E	A	C	F	B	D	G
16	F	C	G	A	B	D	E
17	F	B	A	G	D	E	C
18	G	D	E	B	C	F	A
19	G	A	E	D	C	F	B
20	F	C	A	G	D	E	B
21	G	A	D	B	F	E	C

SOMSOM, 18 personen, 6 opgaven, 6 rondes

1	A	B	C	D	E	F
2	B	A	D	C	E	F
3	C	D	A	B	F	E
4	D	E	C	A	B	F
5	E	A	F	C	D	B
6	F	B	E	D	A	C
7	A	C	B	E	F	D
8	B	E	A	F	D	C
9	C	E	D	A	F	B
10	D	F	C	B	A	E
11	E	F	B	D	C	A
12	F	C	D	E	A	B
13	A	D	E	F	B	C
14	B	F	A	E	C	D
15	C	A	B	F	E	D
16	D	B	F	A	C	E
17	E	C	F	B	D	A
18	F	D	E	C	B	A

SOMSOM, 15 personen, 5 vragen, 5 rondes

1	A	B	C	D	E
2	B	A	D	C	E
3	C	D	A	E	B
4	D	C	E	A	B
5	C	E	B	D	A
6	A	E	C	B	D
7	B	C	D	E	A
8	D	A	B	C	E
9	A	C	E	B	D
10	B	D	E	A	C
11	C	B	A	E	D
12	D	E	C	A	B
13	E	B	A	D	C
14	E	A	D	B	C
15	E	D	B	C	A