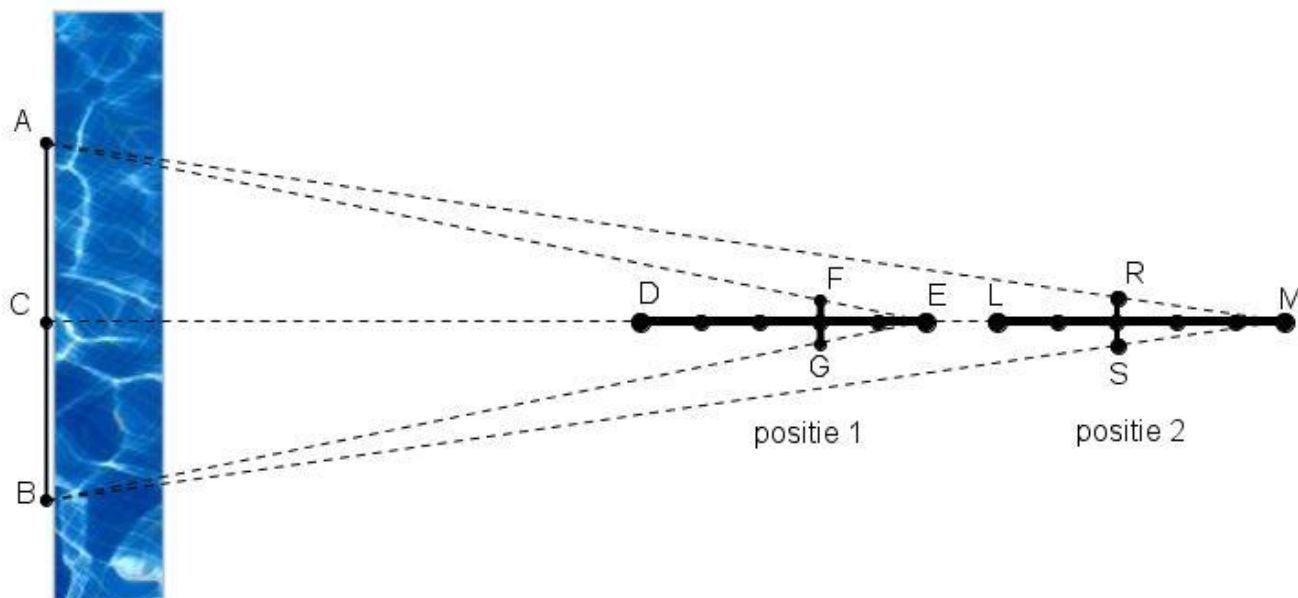


Docentmateriaal bij Op de helling – Giraf deel 6

Een bijzonder gebruik van de Jacobsstaf

Hieronder zie je een schematische weergave van de Jacobsstaf (op twee posities) en een bepaalde afstand die je wilt meten met de Jacobsstaf: AB



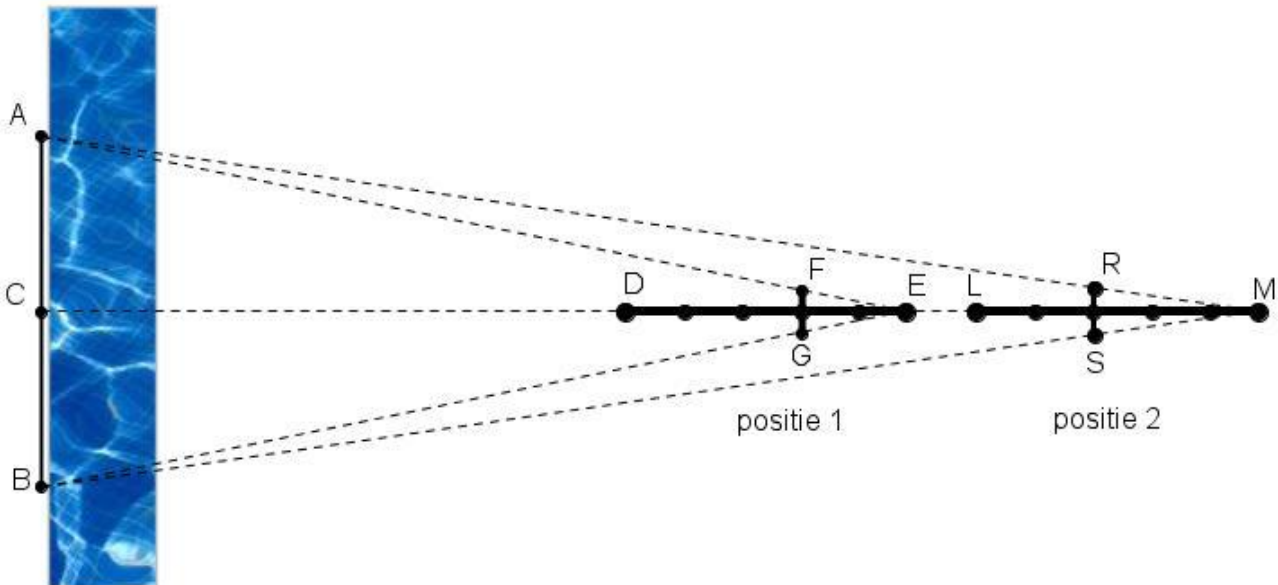
Je wilt de breedte AB van een bepaald object weten waar je niet naartoe kunt lopen.

- Maak een Jacobsstaf met een lat van bijvoorbeeld 1 meter.
- Zet om de a cm een markering op de lat. Je zou $a = 20$ cm kunnen nemen.
- Maak een dwarslat van a cm (moet gelijk zijn aan de afstand tussen de markeringen).
- Zet de dwarslat op een van de markeringspunten en loop net zo ver van het object dat je met je oog (E) langs beide uiteinden van de dwarslat precies de uiteinden van je object, de punten A en B , ziet.
- Schuif nu de dwarslat 1 markeringspunt verder van je oogpunt af. Meet op hoe ver je naar achteren moet lopen totdat je bij deze nieuwe stand weer de punten A en B langs de punten van de dwarslat ziet. In de figuur zijn de twee posities van de Jacobsstaf getekend. Dan is de afstand EM ($= x$) die je gelopen hebt precies de breedte (van je object) die je zocht!

Bewijs o.b.v. gelijkvormigheid

- We maken gebruik van twee gelijkvormige driehoeken en het feit dat de hoogtelijnen in die driehoeken dezelfde verhouding hebben als overeenkomstige zijden. We doen dit voor de standen FG en RS op resp. $2a$ en $3a$ van het oogpunt (zie figuur).
- De dwarslat is even lang als de afstand a tussen 2 markeringen. $DE = 5FG = 5a$, evenzo $LM = 5a$.

Een bijzonder gebruik van de Jacobsstaf – Vervolg



- EC is de afstand van het oogpunt tot AB in positie 1 van de staf. Van E naar dwarslat FG is $2a$.
- Je loopt $EM = x$ m naar achteren tot de rechter positie van de staf is bereikt.
- Van M naar dwarslat RS is $3a$, één markering verder.
- Er geldt $AB : FG (= a) = EC : 2a$ (hoogtelijnen in $\triangle ABE$ en $\triangle FGE$) en $AB : RS (= a) = MC : 3a$ (hoogtelijnen in $\triangle ABM$ en $\triangle RSM$).
- Omdat $MC = EC + x$, krijg je: $AB : a (= FG) = EC : 2a$, dus $AB = \frac{1}{2} EC$ (of anders gezegd $EC = 2AB$).
- Maar EC kun je niet opmeten (over een sloot of drukke verkeersweg). Er geldt ook $AB : a (= RS) = (EC + x) : 3a$, dus $AB = (2AB + x) : 3$, dus $3AB = 2AB + x$, dus $AB = x$.
- Je krijgt hetzelfde resultaat als je beginstand (FG) op $3a$ zit, en je achteruit loopt tot RS op $4a$ zit. Reken maar mee:
- $AB : FG (= a) = EC : 3a$; $AB : a = EC : 3a$, dus $AB = \frac{1}{3} EC$ (of anders gezegd $EC = 3AB$).
- $AB : a (= RS) = MC : 4a$. $MC = EC + x$ geeft $AB : a = (EC + x) : 4a$, dus $AB = (3AB + x) : 4$, dus $AB = x$.

Kennelijk maakt het voor het vinden van de afstand AB niet uit met welke stand van je dwarslat je begint.

Je hoeft alleen maar de dwarslat 1 stand op te schuiven en vervolgens zo ver achteruit te lopen totdat je opnieuw de breedte van je object weer in het vizier krijgt langs de uiteinden van de dwarslat.

Merk op dat bij het maken van de Jacobsstaf in dit geval de afstand a tussen de markeringen niet van belang is. Er moet wel gelden dat het dwarslatje de lengte a heeft. Praktisch gezien lijkt een waarde van $a = 20 \text{ cm}$ handig.