Zebra-boekje

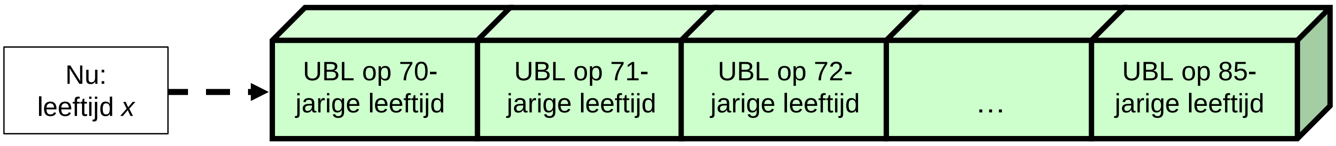
Rekenen voor het Leven

Antwoorden op de opgaven

Jeroen van Wageningen

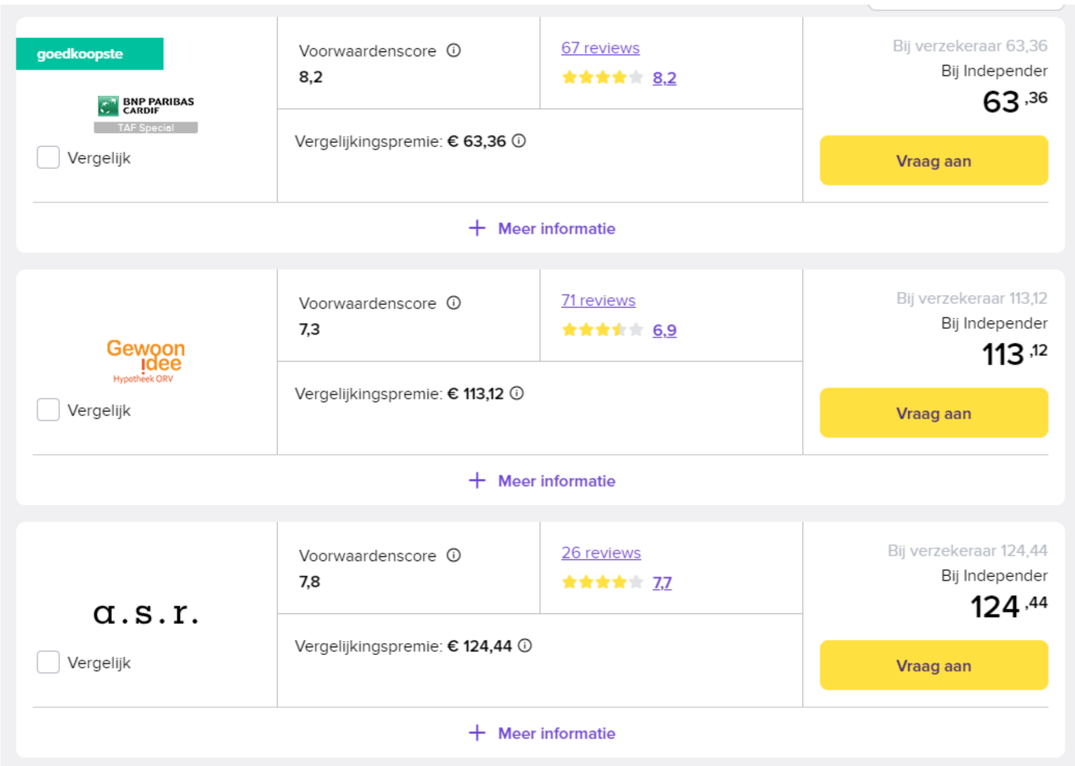
Dennis Dannenburg

Opgave 1.1 – *Lijfrente als een reeks eenmalige uitkeringen*
Laten we aannemen dat de huidige leeftijd gelijk is aan x, waarbij x<70. Dan ziet het schema aan uitkeringen er als volgt uit:



Opgave 1.2 – *Vergelijking van overlijdensverzekeringen*

a. Als je zoekt op internet, kun je bij een vergelijkingssite (in dit geval Independer.nl) bijvoorbeeld onderstaande gegevens tegenkomen. Niet alle verzekeraars bieden overigens een duur van 1 jaar aan. Ten tijde van he/t drukken van dit boekje (augustus 2024) lagen de goedkopere tarieven in de orde van €63 – €125 euro.



b. Je kunt hieruit afleiden dat de veronderstelde sterftekans van een 50-jarige minimaal 0,0006 (=€63/€100.000) tot 0,00125 (=€125/€100.000) zal bedragen. De werkelijk veronderstelde kans is hoger omdat je de brutopremies getoond krijgt inclusief kostenopslagen etc.

c. Uit dezelfde vergelijkingssite blijkt dat de tarieven ongeveer verdubbelen als de verzekerde zou roken. We kunnen hieruit afleiden dat de veronderstelde sterftekans ook minimaal 2x zo hoog is.

Opgave 1.3 – *De AOW-leeftijd berekenen*
We passen de eerste verhoging V meteen toe voor jaar 2026, V is voor dat jaar overigens nog nul. Dan komt de tabel er als volgt uit te zien:

Jaar	**L**	**P** 67	**V onafgerond**	**V**
2026	20,82	67	0,12000	0
2027	20,93	67	0,19333	0
2028	21,05	67,25	0,27333	0,25
2029	21,16	67,25	0,09667	0
2030	21,27	67,25	0,17000	0
2031	21,39	67,5	0,25000	0,25
2032	21,50	67,5	0,07333	0
2033	21,62	67,5	0,15333	0

Opgave 2.1 – *Een Milesische lijfrente*
Gedurende de 15 jaar dat de dochter nog leefde werden maandelijkse betalingen gedaan door de stad, dat wil zeggen 180 maanden. In totaal betreft dit dus 180 × ₯ 30 = ₯ 6.480. Daarnaast is een overlijdensuitkering van ₯ 150 gedaan, waarmee de stad bij elkaar ₯ 6.630 heeft uitgekeerd. Zelfs toen de mensen nog niet zo oud werden was dit een aantrekkelijke investering.

Opgave 3.1 – *Gemiddelde opleidingsduur*

a. (1.000+500+400+250+175+100)/1.000 = 2,425 jaar.
b. (1.000+500+400+250+175+100) × €100.000 / 20 debutanten = € 12.125.000 / debutant.

Opgave 3.2 – *Verwachte opleidingsduur bij gelijke doorstroomkansen*

a. Als p=0 dan valt iedereen af na het eerste opleidingsjaar, zodat de verwachte opleidingsduur gelijk aan 1 jaar is.
Als p=1 dan valt nooit iemand af en blijft iedereen de volledige 6 jaar in de opleiding. De verwachte opleidingsduur is in dat geval dus 6 jaar.
b. $S = 1 + p + p^2 + p^3 + p^4 + p^5$
$pS = p + p^2 + p^3 + p^4 + p^5 + p^6$
$\Rightarrow S - pS = (1-p)S = 1 - p^6 \Leftrightarrow S = (1-p^6) / (1-p)$
(Dit werkt niet voor p=1, omdat dan aan beide zijden van de voorlaatste vergelijking 0 staat.)
c. $4/5 \times €50 + (4/5)^2 \times €100 + (4/5)^3 \times €200 + (4/5)^4 \times €400 + (4/5)^5 \times €800 = €632{,}38$.

Opgave 3.3 – *Kans om te debuteren in het eerste elftal*

a.

Geschatte doorstroomkans	***n*-jarige verblijfskans**
p_2 = 500/1.000 = 0,5	${}_1p_\bullet = 1$
p_3 = 400/500 = 0,8	${}_2p_\bullet = p_2 = 0{,}5$
p_4 = 250/400 = 0,625	${}_3p_\bullet = p_3 \times {}_2p_\bullet = 0{,}4$
p_5 = 175/250 = 0,7	${}_4p_\bullet = p_4 \times {}_3p_\bullet = 0{,}25$
p_6 = 100/175 = 0,571	${}_5p_\bullet = p_5 \times {}_4p_\bullet = 0{,}175$
p_D = 20/100 = 0,2	${}_6p_\bullet = p_6 \times {}_5p_\bullet = 0{,}1$

b. Als N het aantal talenten is dat uit deze groep van 100 debuteert, dan is N Binomiaal(100;0,02) verdeeld. In dat geval geldt:

$$\begin{aligned} P[N\geq 4] &= 1 - P[N\leq 3] \\ &= 1 - P[N=0] - P[N=1] - P[N=2] - P[N=3] \\ &= 1 - 0{,}133 - 0{,}271 - 0{,}273 - 0{,}182 \\ &= 0{,}141 \end{aligned}$$

c. De kans dat een talent die met het 4e seizoen is gestart ook debuteert is gelijk aan 20/250=0,08. Het verwachte aantal debutanten uit een groep van 20 talenten is dus 0,08×20=1,6.

Opgave 3.4 – *Alternatieve berekening verwachte opleidingsduur*

$${}_1p_\bullet + {}_2p_\bullet + {}_3p_\bullet + {}_4p_\bullet + {}_5p_\bullet + {}_6p_\bullet$$
$$= 1 + p_2 + p_2 p_3 + p_2 p_3 p_4 + p_2 p_3 p_4 p_5 + p_2 p_3 p_4 p_5 p_6$$
$$= 1 + 500/1000 + (500/1000)(400/500) + (500/1000)(400/500)(250/400) + (500/1000)(400/500)(250/400)(175/250) + (500/1000)(400/500)(250/400)(175/250)(100/175)$$
$$= 1 + 500/1000 + 400/1000 + 250/1000 + 175/1000 + 100/1000$$
$$= (1000+500+400+250+175+100)/1000.$$

Opgave 4.1 – *Gooien met een munt*

Dit is een zelf-doe opdracht.

Opgave 4.2 – *Berekeningen met overlevingstafel*

a. 414.987/892.278=0,4651.
b. (977.738–976.286)/986.813=0,0015.
c. 989.469/2=494.734,5. Dit is iets lager dan l_{83}, dus iets hoger dan 83 jaar.
d. (414.987–200.179)/892.278=0,2407.

Opgave 4.3 – *Formule van Gompertz*

a. Nog zonder de waarden voor g en c in te vullen, moet opgelost worden:

$$1.000.000 \times g^{(c^x-1)} = 500.000 \qquad \Leftrightarrow g^{(c^x-1)} = 0{,}5$$

$\Leftrightarrow (c^x - 1) \times \ln(g) = \ln(0,5)$

$\Leftrightarrow c^x = \ln(0,5) / \ln(g) + 1$

$\Leftrightarrow x \times \ln(c) = \ln\bigl(\ln(0,5) / \ln(g) + 1\bigr)$

$\Leftrightarrow x = \Bigl(\ln\bigl(\ln(0,5) / \ln(g) + 1\bigr)\Bigr) / \ln(c).$

Met g=0,999977 en c=1,127681 volgt hieruit x=85,83. Dit is iets lager dan in de tabel in Bijlage A, waar het aantal levende vrouwen lager wordt dan 500.000 tussen de leeftijden x=86 en x=87.

b. $L(x)$ is het aantal overlevenden na x jaar en $L'(x)$ is ongeveer de verandering in het aantal overlevenden tussen x en $x+1$. Omdat $L'(x)$ negatief is (er kunnen alleen maar mensen af gaan), is het aantal overledenen tussen x en $x+1$ ongeveer gelijk aan $-L'(x)$. Zodoende is $-L'(x)/L(x)$ ongeveer het relatieve aantal sterftegevallen na x jaar en heeft Fiona gelijk.

c. Met in gedachten dat de afgeleide van g^x gelijk is aan $g^x \times \ln(g)$, kan $L'(x)$ als volgt worden bepaald:

$L(x) = 1.000.000 \times \underline{g}^{u(x)}$ met $u(x) = (c^x - 1)$

$\Rightarrow L'(x) = 1.000.000 \times \underline{g}^{u(x)} \times \ln(g) \times u'(x)$ met $u'(x) = c^x \times \ln(c)$

$\Rightarrow L'(x) = \ln(g) \times \ln(c) \times c^x \times L(x)$

Invullen van g=0,999977 en c=1,127681 geeft

$$L'(x) = -2,763788 \times 0,999977^{(1,127681^x - 1)} \times 1,127681^x.$$

d. Uit het vorige antwoord volgt:

$S(x) = L'(x)/L(x) = -\ln(g) \times \ln(c) \times c^x$,

zodat $a = -\ln(g) \times \ln(c) = 2,763788 \times 10^{-6}$ en $b = c = 1,127681$.

Opgave 4.4 – *Berekenen resterende levensduur 65-jarige*
Dit is na te rekenen door de optelling $l_{66} + \ldots + l_\omega$ te maken te delen door l_{65}. Voor de mannen resulteert 16.049.576/892.278=17,99; voor de vrouwen 18.866.202/920.659=20,49. Afgerond op 1 decimaal komt dit overeen met de waarden van 18,0 en 20,5 in de tabel.

Opgave 5.1 – *Verdubbeling spaarsaldo*
Gevraagd wordt voor welke waarde geldt:

$1,05^n = 2$
$\Leftrightarrow \ln(1,05^n) = \ln(2)$
$\Leftrightarrow n \times \ln(1,05) = \ln(2)$
$\Leftrightarrow n = \ln(2) / \ln(1,05) = 14,2$ jaar

Opgave 5.2 – *Contante waarde factoren*
Met $A_{\overline{n}|} = (1 + r/100)^{-n}$ volgt:◄

$A_{\overline{5}|} = (1{,}04)^{-5} = 0{,}8219$
$A_{\overline{7}|} = (1{,}04)^{-7} = 0{,}7599$
$A_{\overline{9}|} = (1{,}04)^{-9} = 0{,}7026$

Opgave 5.3 – *Een 2-jarige annuïteit en het gelijkheidsbeginsel*

a.

Opgerente waarde op →	***t*=0**	***t*=1**	***t*=2**
schuld	1.000,00	1.030,00	1.060,90
betaling op *t*=1		522,61	538,29
betaling op *t*=2			522,61
Totaal betalingen			**1.060,90**

b. De verschuldigde rente over de uitstaande schuld bedraagt: 3% × €1000 = €30.
De aflossing aan het einde van jaar 1 is dan €522,61–€30 = €492,61.

c. De schuldrest aan het einde van jaar 1 is €1000–€492,61=€507,39. De rente in jaar 2 hierover is daardoor gelijk aan 3%×€507,39=€15,22 en daarmee is de aflossing aan het einde van jaar 2 gelijk aan €522,61–€15,22 = €507,39.

In totaal is daarmee afgelost: €492,61 + €507,39 = €1000.

Opgave 5.4 – *Het rente- en aflossingsschema van een annuïtaire lening berekenen*

a. b = €200.000 / [(1–1,03^{-5})/0,03] $a_{\overline{5}|3\%}$ = €200.000 / 4,5797 = €43.670,91

b.

Jaar	**Termijn-bedrag**	**Restschuld begin jaar**	**Rente**	**Aflossing**	**Restschuld einde jaar**
1	43.670,91	200.000,00	6.000,00	37.670,91	162.329,09
2	43.670,91	162.329,09	4.869,87	38.801,04	123.528,04
3	43.670,91	123.528,04	3.705,84	39.965,07	83.562,97
4	43.670,91	83.562,97	2.506,89	41.164,03	42.398,95
5	43.670,91	42.398,95	1.271,97	42.398,95	0

Opgave 5.5 – *Analyse van de formule voor een annuïteit*

a. Met een positieve rente (dat is de ongenoemde aanname) geldt $b = k \times$ factor, waarbij de factor positief is en een hogere k tot een hogere b leidt. Het is ook logisch dat een grotere lening tot grotere termijnbedragen leidt.

b. We schrijven eerst b (behorende bij een n-jarige lening) als b_n, zodat we moeten aantonen dat $b_{n+1} < b_n$, oftewel $b_{n+1} / b_n < 1$.

Na invulling van de formules voor b_{n+1} en b_n volgt:

$$k / [(1-v^{n+1}) / i] \quad / \quad \{k / [(1-v^n) / i]\} < 1,$$

waarbij zowel k als i boven en onder de deelstreep wegvallen:

$$\begin{aligned} &1 / (1-v^{n+1}) / \ \{1 / (1-v^n)\} < 1 \\ \Leftrightarrow\ &(1-v^n) / (1-v^{n+1}) < 1 \\ \Leftrightarrow\ &(1-v^n) < (1-v^{n+1}) \\ \Leftrightarrow\ &(-v^n) < (-v^{n+1}) \\ \Leftrightarrow\ &v^n > v^{n+1} \\ \Leftrightarrow\ &(1+i)^n < (1+i)^{n+1} \\ \Leftrightarrow\ &1 < 1+i. \end{aligned}$$

Aangezien i>0, klopt deze ongelijkheid.

c. Een hogere rente leidt bij eenzelfde betaling tot een kleinere aflossing, waardoor het langer duurt om de hele lening af te lossen. Als je dat toch wilt binnen dezelfde termijn n, dan kan dat alleen door ook meer aflossing te betalen, waardoor de totale betaling omhoog gaat.

Opgave 6.1 – *Vergelijking van annuïteit met tijdelijke DIL bij gelijke overlevingskansen*

a. In het tweede kader van Hoofdstuk 5 wordt afgeleid dat

$$v + v^2 + \ldots + v^n = (1-v^n) / (1/v-1) \ .$$

Vervanging van v door vp geeft direct de gevraagde uitdrukking voor $a_{x\overline{n}|}$.

b.

n	***p*=1**	***p*=0,99**	***p*=0,95**
5	4,329	4,205	3,740
10	**7,722**	7,339	6,008
25	14,094	12,710	8,722

(Voor n=10 en p=1 komt de uitkomst overeen met de annuïteitenfactor in het voorbeeld van Tabel 5.3.)

c. Bij een lagere overlevingskans daalt de verwachte uitkeringsduur en daarmee de contante waardefactor $a_{x\overline{n}|}$. Bij een gegeven koopsom k stijgt daarom de periodieke uitkering b die wordt verkregen door k te delen door de lagere waarde van $a_{x\overline{n}|}$.

Opgave 6.2 – *ORV met koopsom*

a. Voor de broer geldt:

$$€100.000 \times A_{18} = €100.000 \times (1/1{,}03)\,(1 - 0{,}03 \times a_{18})$$

$$= €100.000 \times (1/1{,}03)\,(1 - 0{,}03 \times 27{,}57494)$$

$$= €16.772.$$

b. Omdat de broer naar verwachting eerder overlijdt, zijn de ontvangen renteinkomsten door de verzekeraar op dat moment lager. Het uit te keren bedrag is echter hetzelfde en daarom zal de te betalen koopsom hoger moeten zijn.

Opgave 6.3 – *Premie in het iPhone/bergbeklimmer-voorbeeld*

De contante waarde van de lasten is gelijk aan

$$CWL = €1.000 \times 0{,}05/1{,}03 + €1.000 \times 0{,}95 \times 0{,}05/1{,}03^2 = €93{,}317.$$

Uit $CWB=CWL$ volgt P=€93,317/1,92233=€48,54.

Opgave 6.4 – *Formule van een premie*

In dit geval geldt:

$$CWB = €100.000 \times (1 + 0{,}99/1{,}04 + (0{,}99/1{,}04)^2) \quad (=€285.808). \blacktriangleleft$$

Opgave 6.5 – *ORV met premiebetaling*

In dit geval geldt $\ddot{a}_{18}=a_{18}+1$=28,57494. Bij een *CWL* van €16.772 (de koopsom van het antwoord op Opgave 6.2) resulteert een premie van €16.772/28,57494=€586,95.

Opgave 7.1 – *Verloop voorziening voor kapitaal bij overlijden*

a. De lijn die de voorziening weergeeft bij een hogere rente zal dezelfde vorm hebben, maar onder die van de 3% rente liggen. Een hogere rente leidt namelijk tot een lagere *CWL* op elk tijdstip. Het verschil tussen de lijnen zal wel steeds kleiner worden totdat ze op het uitkeringstijdstip t=40 (70-jarige leeftijd) gelijk zijn: dan is de voorziening ook precies €100.000, de uitkering die de verzekeraar dan moet voldoen.
   Het startpunt van de lijn op t=0 (30-jarige leeftijd) is bij een rente van 3% gelijk aan €27.108 en bij een rente van 4% gelijk aan €18.418.

b. De sterftekansen voor een man zijn hoger dan die voor een vrouw. De kans dat de verzekerde overlijdt voor de eindleeftijd van 70 is dus hoger voor een man dan voor een vrouw. De contante waarde van de lasten is daarom lager voor de verzekeraar met als gevolg dat de voorzieningslijn voor een man onder die voor een vrouwelijke verzekerde ligt, maar wel dezelfde vorm heeft.
   Het startpunt van de lijn op t=0 is €27.108 voor een vrouw en €25.794 voor een man. Het eindpunt ligt voor beide verzekeringen om dezelfde redenen als bij a. op 100.000.

Opgave 7.2 – *Verloop voorziening voor een direct ingaande lijfrente*

a. Omdat de verzekeraar meer rendement verwacht, zal de levenslange uitkering die met het aankoopbedrag wordt gedaan hoger zijn bij een hogere rente.
   Vervolgens is er sprake van twee tegengestelde effecten bij het verloop van de voorziening: enerzijds daalt de voorziening sneller om de uitkeringen hoger zijn, anderzijds is het

verwachte rendement op de reeds gevormde voorziening hoger (oprenting). Het effect van de oprenting tegen een hogere rente is hier sterker.
Je kunt dit ook 'aflezen' aan de uitkering ten opzichte van de oprenting:
We hadden bij 3% rekenrente B = €100.000 / 28,12146 = €3.556, bij 4% wordt dit B = €100.000 / 22,784 = €4.389.
Bij 3% rente daalt de voorziening aan het einde van het eerste jaar met €3.556 terwijl €3.000 rente wordt verdiend, een verschil van €556. Bij 4% is dit verschil kleiner: €4.389–€4.000 = €389.
De voorziening start dus steeds op €100.000, maar zal bij een hogere rente in eerste instantie minder snel dalen doordat de oprenting een sterker effect heeft op het verloop dan de hogere uitkering. Uiteindelijk eindigt voorzieningenlijn altijd op nul bij de eindleeftijd ω.

b. De sterftekansen van een man zijn hoger dan van een vrouw. Daardoor zal de uitkering voor een man hoger zijn: de kans dat de uitkering eerder stopt, is ook groter. De voorziening ligt daardoor voortdurend onder die van dezelfde verzekering op het leven van een vrouw. Het verloop kent eenzelfde vorm.

Opgave 7.3 – *De voorziening voor een overlijdensrisicoverzekering*

a. Op tijdstip t loopt de verzekering inmiddels t jaar, de resterende termijn is daardoor nog $n-t$, en de leeftijd van de verzekerde is niet x, maar $x+t$. Voor CWL_t geldt daarom:

$$CWL_t = B \times v \times q_{x+t} + B \times v^2 \times {}_{1|}q_{x+t} + B \times v^3 \times {}_{2|}q_{x+t} + \ldots + B \times v^{n-t-1} \times {}_{n-t-1|}q_{x+t}$$

En voor de contante waarde van de baten geldt:

$$CWB_t = P \times (1 + v \times p_{x+t} + v^2 \times {}_2p_{x+t} + \ldots + v^{n-t-1} \times {}_{n-t-1}p_{x+t}) = P \times \ddot{a}_{x+t;\overline{n-t}|}$$

Daarmee wordt VVP_t: het verschil tussen deze twee uitdrukkingen.

b. Uit het gelijkheidsbeginsel $CWB_0 = CWL_0$ volgt:

$$€\ 200.000 \times A^1_{30;\overline{30}|} \quad \{\text{gebruik } A_{x'n} \text{ in het Excel-bestand}\} = P \times \ddot{a}_{30;\overline{20}|}$$

$$€\ 6.396 = P \times 15,2283 \Rightarrow P = €420,01.$$

c. Omdat de premiebetaling na 20 jaar is gestopt, is de term CWB_{20} gelijk aan 0, waardoor de voorziening gelijk wordt aan CWL_{20}.

$$VVP_{20} = €\ 200.000 \times A^1_{50;\overline{10}|} = €6.531.$$

8.1 Winst of verlies maken

a. VVP_1 = €100.000 × ${}_{39}E_{31}$ = €100.000 x 0,27929 = €27.929 (vul de betreffende parameterwaarden in op het tabblad [Invoer en uitvoer]).

b. Het veronderstelde rendement is gelijk aan de rekenrente, dus 3%. In het eerste jaar geldt een sterftekans van q_{30}. Deze kans is gelijk aan 0,0002883.

c. 1/3469 is bij benadering gelijk aan 0,0002883.

d. De verzekeraar heeft ontvangen 3469 × €27.108 = €94.037.652. De rente hierover is 3% × €94.037.652 = €2.821.130. In totaal bezit de verzekeraar dus €96.858.782. Delen door 3468 resulteert in €27.937 per nog levende polishouder, ongeveer gelijk aan het bedrag van €27.929 bij a.

e. Hierdoor is de totale voorziening 9 × €27.929 = €251.361 lager, dit is de winst is voor de verzekeraar.

f. De ontvangen rente is 4% × €94.037.652 = €3.761.506 ten opzichte van de onder d. berekende €2.821.130. De extra winst voor de verzekeraar is hierdoor € 940.376.

g. Met behulp van het spreadsheet (vervang ‘vrouw’ door ‘man’ op het tabblad [Invoer en uitvoer]) volgt dat de voorziening per polishouder daalt naar €26.581, een daling van €1.248. In totaal maakt de verzekeraar hierdoor een extra winst van 3459 × €1.248 = €4.662.732.

8.2 Terug naar Milete: een lijfrente op twee levens

a. Deze contante waarde is ₯ 42,66.

b. Noem ${}_nQ_x$ en ${}_nQ_y$ de kans dat de moeder, respectievelijk de dochter binnen n jaar overlijdt, oftewel ${}_nQ_x$=1–${}_np_x$ en ${}_nQ_x$=1–${}_np_y$. Dan geldt:

$$
\begin{aligned}
{}_np_{[x \text{ of } y]} &= 1 - {}_nQ_x \times {}_nQ_y \\
&= 1 - (1-{}_np_x) \times (1-{}_np_y) \\
&= 1 - (1 - {}_np_x - {}_np_y + {}_np_x \times {}_np_y) \\
&= {}_np_x + {}_np_y - {}_np_x \times {}_np_y\ .
\end{aligned}
$$

c. De gevraagde contante waarden kunnen als volgt worden geconstrueerd in de oranje cellen (waarbij de cel “jaarbedrag” gelijk aan 360 is gesteld):

CWL_x → jaarbedrag*SOMPRODUCT(C8:C126;H8:H126)
CWL_y → jaarbedrag*SOMPRODUCT(C8:C126;I8:I126)
$CWL_{[x \text{ of } y]}$ → jaarbedrag*SOMPRODUCT(C8:C126;J8:J126)

De uitkomsten van deze berekeningen zijn:

CWL_x = ₯ 8.485
CWL_y = ₯ 10.279
$CWL_{[x \text{ of } y]}$ = ₯ 10.351

Samen met de contante waarde van de overlijdensuitkering is de *CWL* voor de stad Milete gelijk aan ₯ 10.394, hetgeen beduidend hoger is dan het bedrag van ₯ 3600 dat de stad Milete vroeg.
Het belang om de dochter als begunstigde aan te wijzen is groot: daardoor stijgt de CWL met 22% van ₯ 8.484 naar ₯ 10.351. Deze contante waarde is nog geen 1% hoger dan dat de lijfrente alleen op de dochter van toepassing zou zijn.

d. Door het werken met jaarlijkse uitkeringen worden de maandelijkse betalingen als het ware naar achteren geschoven waardoor de CWL lager wordt. Een andere reden is: bij maandbedragen (die stoppen na het overlijden) hoeft een deel van de jaaruitkering in het jaar van overlijden niet plaats te vinden. Stel dat het overlijden plaatsvindt in maand 5, dan worden de resterende 7 maandbedragen niet uitgekeerd. Bij een jaaruitkering worden die wel meegenomen.

e. De in te vullen formules zijn analoog aan die bij onderdeel c. Voor α=0,9 resulteert $CWL_{[x \text{ of } y]}$* = ₯ 3.625.

f. Het optellen van de ${}_tp_x$* en de ${}_tp_y$* resulteert in een verwachte levensduur van 9,8 jaar voor de moeder en van 10,0 jaar voor de dochter ten opzichte van 44,5 en 69,1 jaar met de huidige overlevingskansen. Een behoorlijk verschil uiteraard.

g. Allereerst constateren we dat ${}_np_x^* = \alpha^n \times {}_np_x$. Hiermee volgt dat:

$$
\begin{aligned}
a_x(i)^* &= v \times p_x^* + v^2 \times {}_2p_x^* + v^3 \times {}_3p_x^* + \ldots \\
&= v \times \alpha \times p_x + v^2 \times \alpha^2 \times {}_2p_x + v^3 \times \alpha^3 \times {}_3p_x + \ldots \\
&= v^* \times p_x + v^{*2} \times {}_2p_x + v^{*3} \times {}_3p_x + \ldots,
\end{aligned}
$$

waarbij

$v^* = v \times \alpha = \alpha/(1+i) = 1/(1/\alpha + i^*/\alpha) = 1/(1+i^*)$ voor $i^* = (1-\alpha)/\alpha + i/\alpha$ (ga dit na).

Als α=1/2, dan is $i^*=1+2i$ zodat voor i=3% geldt dat i^*=1,06. Door α=1/2 in te voeren in het sheet volgt CWL_x^*=339, dezelfde waarde die resulteert voor CWL_x als de cel bij ‘rente’ gelijk wordt gesteld aan 106%.
Uit onderdeel b. volgt:

$$
\begin{aligned}
{}_n p_{[x \text{ of } y]}^* &= {}_n p_x^* + {}_n p_y^* - {}_n p_x^* \times {}_n p_y^* \\
&= \alpha^n \times {}_n p_x + \alpha^n \times {}_n p_y - \alpha^{2n} \times {}_n p_x \times {}_n p_y \\
&\neq \alpha^n \times {}_n p_{[x \text{ of } y]} ,
\end{aligned}
$$

vanwege de factor α^{2n} na het −-teken. Hierdoor geldt in het geval van twee levens niet dat $v^* = v \times \alpha$.